
Modellbildung der Messunsicherheit resistiver Sensorsysteme

Models for the measurement uncertainty of resistive sensor systems

Zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation von Dipl.-Ing. Jan Lotichius aus Kaiserslautern

Tag der Einreichung: 20.03.2017, Tag der Prüfung: 27.06.2017, Erscheinungsjahr: 2017

Darmstadt – D 17

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. habil. Roland Werthschützky

2. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Volker Hinrichsen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Elektro-
und Informationstechnik
Fachgebiet Mess- und Sensortechnik

Modellbildung der Messunsicherheit resistiver Sensorsysteme
Models for the measurement uncertainty of resistive sensor systems

Genehmigte Dissertation von Dipl.-Ing. Jan Lotichius aus Kaiserslautern

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. habil. Roland Werthschützky
2. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Volker Hinrichsen

Tag der Einreichung: 20.03.2017

Tag der Prüfung: 27.06.2017

Erscheinungsjahr: 2017

Darmstadt – D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-68457

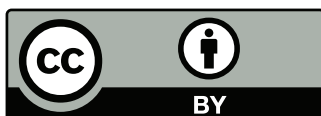
URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/6845>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,

E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:

Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

Erklärung zur Dissertation

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 20. März 2017

(Jan Lotichius)

Zusammenfassung

Resistive Sensoren stellen im weltweiten Sensormarkt das größte Segment in Stückzahlen dar. Ihr Wirkprinzip beruht auf der Umformung einer Messgröße in eine Änderung der Strom-Spannungs-Kennlinie eines Messwiderstands. Dieses Wirkprinzip wird für Temperatursensoren sowie elektromechanische Sensoren verwendet. Letztere wandeln Kraft, Druck, Drehmoment oder Weg in die Zwischengröße Dehnung, die dann von resistiven Messwiderständen erfasst wird. Allen Sensoren ist gemein, dass sie eine Widerstandsänderung im Prozentbereich oder kleiner um einen Grundwiderstand herum erfassen und dass ihre Unsicherheit bewertet werden muss. Ein Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, zu zeigen, wie eine Unsicherheitsanalyse auch vor der Durchführung von zeitaufwändigen Messungen während der Entwicklung eines Sensorsystems eingesetzt werden kann. So sollen Entwickler von Sensorsystemen in die Lage versetzt werden, anhand von Datenblattangaben schnell eine Unsicherheitsanalyse zu erstellen. Aus dieser Unsicherheitsanalyse können sofort Aussagen abgeleitet werden, welche Eingangsgrößen bei verschiedenen Arbeitspunkten maßgeblich für die Unsicherheit der Ausgangsgröße sind. Entsprechend kann eine Optimierung der in der Entwicklung befindlichen Sensoren durch Reduktion ihrer Messunsicherheit erfolgen.

Die Beurteilung der Unsicherheit von Sensorsystemen erfolgte lange auf Basis der klassischen Fehlerrechnung. Diese weist jedoch Definitionsschwierigkeiten auf und vernachlässigt die stochastische Natur von Fehlern. Sie wird daher zunehmend durch den probabilistischen und wissensbasierten Ansatz des „Guide to the expression of uncertainty in measurements“ (GUM) abgelöst. In der vorliegenden Arbeit wird der Ansatz des GUM so erweitert, dass er auch bei der Entwicklung von Sensoren gewinnbringend eingesetzt werden kann. Der Gewinn entsteht durch ein automatisiertes Verfahren, das neben der Messunsicherheit selbst auch die dominanten Ursachen von Abweichung und Messunsicherheit eines simulierten oder gemessenen Sensors berechnet. Der Einsatz des Verfahrens wird an Beispielen der Auswertelektronik resistiver Sensoren gezeigt.

Einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit stellt die Analyse einer zeitbasierten Auswertung resistiver Sensoren als Alternative zur spannungsbasierten Auswertung dar. Dies erscheint vielversprechend, da Zeit die am genauesten messbare Größe im SI-System ist. Allerdings zeigt sich im Verlauf der Untersuchungen, dass die Umformerschaltung einen limitierenden Faktor darstellt und die spannungsbasierte Messung präzisere Ergebnisse erlaubt.

Zunächst wird ein Überblick über Prinzipien der Umformung von Dehnung in Widerstandsänderung gegeben. Dabei erfolgt die Herleitung der elektromechanischen Kopplung für isotrope und anisotrope Materialien aus den grundlegenden Gleichungen. Anschließend wird die Auswertung der Widerstandsänderung über die Zwischengrößen Spannung und Zeit betrachtet. Die Beschreibung ist jeweils unterteilt in Umformerschaltungen und Digitalisierung der Zwischengröße. Die Umformerschaltungen werden verglichen, und erstmals werden Formeln für den Signal-Rausch-Abstand hergeleitet. Dies schließt eine Betrachtung des resultierenden Rauschens der Schaltungen mit mehreren Messwiderständen ein. Weiterhin werden Kompensationsmöglichkeiten von Abweichungen diskutiert und auf Basis der Literatur ein erweitertes Kompensationsverfahren bei zeitbasierter Auswertung hergeleitet.

Der Einsatz des GUM als Simulationswerkzeug in der Entwicklung wird theoretisch diskutiert und anschließend an Beispielen erarbeitet. Als Mehrwert gegenüber der Vorgehensweise des GUM sind mit dem vorgeschlagenen verbesserten Verfahren die zusätzliche Analyse der Abweichung und die Identifizierung der dominanten Ursachen von Abweichung und Messunsicherheit möglich.

Als Beispiele werden verschiedene integrierte Bausteine (Texas Instruments INA114, Texas Instruments ADS1220, ams PS09) sowie Laborgeräte (Keithley 2450, Keithley 2182A, National Instruments 4330,

HBM ML38B, HBM DMP41) einer Unsicherheitsanalyse unterzogen. Als Ergebnis der Unsicherheitsanalyse stehen die Abweichung, Messunsicherheit, die jeweils dominanten Größen sowie der Signal-Rausch-Abstand bei verschiedenen Sensorsignalen zur Verfügung. Für ein Signal von 2 mV/V ergeben sich Signal-Rausch-Abstände zwischen 1000 und 236000 Schritten entsprechend 60 bis 107 dB.

Die Unsicherheitsanalysen werden an zwei Beispielen (Texas Instruments ADS1220, ams PS09) experimentell überprüft. Im Fall des spannungsbasiert arbeitenden ADS1220 ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Modell und Messungen. Für den zeitbasiert arbeitenden PS09 stehen nicht alle benötigten Daten für eine Simulation mit der gewünschten Unsicherheit zur Verfügung. Daher muss mit Vermutungen gearbeitet werden. Im Vergleich mit den Messungen lässt sich schlussfolgern, dass die benötigte und die tatsächliche Bandbreite genauer spezifiziert werden müssen. Bei verschiedenen Konfigurationsparametern des Bausteins zeigt sich ein Verhalten, das von der Simulation signifikant abweicht. Mögliche Erklärungen werden diskutiert.

Resistive sensors represent the largest segment in unit numbers in the global sensor market. Their operating principle is based on the transformation of a measured variable into a change in the current-voltage characteristic of a measuring resistor. This operating principle is used for temperature sensors as well as electromechanical sensors. The latter convert force, pressure, torque or displacement into the intermediate variable strain, which is then detected by resistive measuring resistors. All sensors have in common the fact that they measure a resistance change in the percentage range or less around a ground resistance and that their uncertainty must be assessed. One aim of the present work is to show how an uncertainty analysis can also be used before performing time-consuming measurements during the development of a sensor system. In this way, developers of sensor systems are to be able to quickly create an uncertainty analysis using data sheet information. From this uncertainty analysis it is immediately possible to derive statements which input variables are decisive for the uncertainty of the output variable for different bias points. Accordingly, an optimization of the sensors under development can be achieved by reducing their measurement uncertainty.

The assessment of the uncertainty of sensor systems was based on the classical error calculation for a long time. However, this has deficiencies in definition and neglects the stochastic nature of errors. It is therefore increasingly replaced by the probabilistic and knowledge-based approach of the „Guide to the expression of uncertainty in measurements“ (GUM). In this work, the approach of the GUM is extended such that it can also be used profitably in the development of sensors. The gain is generated by an automated method, which, in addition to the uncertainty of measurement itself, also calculates the dominant causes of deviation and measurement uncertainty of a simulated or measured sensor. The use of the method is shown by examples of the evaluation electronics of resistive sensors.

Another focus of this thesis is the analysis of a time-based evaluation of resistive sensors as an alternative to the voltage-based evaluation. This seems promising since time is the single quantity in the SI system with lowest uncertainty and highest resolution. However, the necessary comparator circuit shows up as a limiting factor and, consequently, voltage-based measurements allow more precise results.

First, an overview of the principles for strain-to-resistance-conversion is given. The electromechanical coupling for isotropic and anisotropic materials is derived from the basic equations. Subsequently, the evaluation of the resistance change over the intermediate variables voltage and time is considered. The description is in each case divided into converter circuits and digitization of the intermediate variable. The converter circuits are compared, and formulas for the signal-to-noise ratio are derived for the first time. This includes consideration of the resulting noise of the multi-resistor circuits. Furthermore, compensation possibilities for deviations are discussed and an extended compensation method for time-based evaluation is derived based on the literature .

The use of the GUM as a simulation tool in development is discussed theoretically and subsequently elaborated by examples. The additional improved analysis of the deviation and the identification of the dominant causes of deviation and uncertainty of measurement are possible as added value compared to the GUM approach.

As examples, various integrated devices (Texas Instruments INA114, Texas Instruments ADS1220, ams PS09) as well as laboratory devices (Keithley 2450, Keithley 2182A, National Instruments 4330, HBM ML38B, HBM DMP41) are subjected to an uncertainty analysis. As a result of the uncertainty analysis, the deviation, measurement uncertainty, the respective dominant variables and the signal-to-noise ratio are available for various sensor signals. For a signal of 2 mV/V, signal-to-noise distances between 1000 and 236000 steps corresponding to 60 to 107 dB are calculated.

The uncertainty analyzes are experimentally tested on two examples (Texas Instruments ADS1220, ams PS09). In the case of the voltage-based ADS1220, there is a very good correspondence between the model and the measurements. For the time-based PS09, not all the data required are available for a simulation with the desired uncertainty. It is therefore necessary to work with guesswork. From the comparison of simulation and measurement can be concluded that the required and the actual bandwidth need to be specified more precisely. Also, several configuration parameters do not show the expected behaviour with respect to the datasheet. Possible reasons are discussed.

Inhaltsverzeichnis

1. Motivation und Zielstellung	8
2. Überblick der Messketten resistiver Sensoren	10
2.1. Wandlung einer mechanischen Messgröße in eine Widerstandsänderung	11
2.2. Umformung der Widerstandsänderung in eine Spannung	15
2.3. Elektronik zur Signalaufbereitung	16
2.4. Messunsicherheitsanalyse nach GUM	17
3. Phänomenologische Beschreibung resistiver Sensorprinzipien	20
3.1. Modellierung des statischen Übertragungsverhaltens	20
3.1.1. Metallfolien-Dehnungsmessstreifen	26
3.1.2. Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen	32
3.1.3. Dickfilm-Dehnungsmessstreifen	34
3.1.4. Halbleiter-basierte Dehnungsmessstreifen	37
3.2. Vergleich der statischen Kennwerte	42
3.3. Dynamische Modellierung des Temperatureinflusses	45
4. Signalauswertung resistiver Sensoren	53
4.1. Spannungsbasierte Auswertung	53
4.1.1. Umformung des Widerstands in eine Spannung	53
4.1.2. Verstärkung und Digitalisierung der Spannung	57
4.1.3. Auswertung mittels Wechselspannung – Trägerfrequenzprinzip	66
4.2. Zeitbasierte Auswertung	68
4.2.1. Umformung des Widerstands in eine Zeit	68
4.2.2. Zeit-zu-Digital-Wandlung	73
4.3. Zusammenfassung von Kapitel 4	74
5. Abweichungskompensation	75
5.1. Kompensation durch Einfügen von Widerständen	75
5.2. Kompensation durch Zusatzmessungen im laufenden Betrieb	77
5.2.1. Kompensation bei spannungsbasierter Auswertung	78
5.2.2. Kompensation bei zeitbasierter Auswertung	79
5.3. Kompensation durch Aufnahme und Speicherung der Abweichungen	82
5.4. Zusammenfassung und Auswertung von Kapitel 5	83
6. Methodik der Unsicherheitsanalyse	85
6.1. Messunsicherheitsbetrachtung nach GUM	85
6.2. Erweiterung der Unsicherheitsanalyse in dieser Arbeit	88
7. Unsicherheitsanalyse ausgewählter Beispiele der Auswerteelektronik resistiver Sensoren	91
7.1. Auswertung eines Einzelwiderstands durch Stromspeisung und Spannungsmessung	91
7.2. Spannungsbasierte analoge Auswertung mit dem Instrumentationsverstärker INA114 . . .	92
7.3. Spannungsbasierte digitale Auswertung mit dem integrierten Baustein ADS1220	93
7.4. Zeitbasierte digitale Auswertung mit dem integrierten Baustein PS09	96

7.5. Labormessgeräte zur Brückenauswertung	99
7.5.1. Keithley 2182A und 2450	101
7.5.2. National Instruments PXIe-4330	102
7.5.3. HBM ML38	105
7.5.4. HBM DMP41	105
8. Experimentelle Validierung der Unsicherheitsanalyse	107
8.1. Verwendete Referenz und Versuchsmuster	107
8.1.1. Messbrückensimulator acam ALCS-350	107
8.1.2. Gleichspannungsbasiertes Auswertemodul für Wheatstonebrücken	111
8.1.3. Zeitbasiertes Auswertemodul für Wheatstonebrücken	112
8.2. Gleichspannungsbasiertes Auswerteverfahren: Validierung der Modellbildung	113
8.3. Zeitbasiertes Auswerteverfahren: Validierung der Modellbildung	114
9. Fazit zur Unsicherheitsanalyse	119
10. Zusammenfassung und Ausblick	121
A. Querempfindlichkeit eines isotropen Sensormaterials	124
B. Kurzzusammenfassung der Festkörpermechanik	125
B.1. Isotrope Materialien	126
B.2. Anisotrope Materialien	128
C. Herleitung des Rauschens von Spannungsteiler und Wheatstonebrücke	131
D. Symbolverzeichnis	132
Akronyme	134
Literaturverzeichnis	135

1 Motivation und Zielstellung

Das Messen mit Sensoren ist eine der wichtigsten Aufgaben im weltweiten Handel, bei der Prüfung gesetzlicher Vorgaben und bei medizinischen Diagnosen. Messen bedeutet heutzutage häufig, ein elektronisches System zu nutzen, das nicht-elektrische Größen misst und elektronisch aufbereitet. Eine Möglichkeit, solche elektronischen Sensoren zu realisieren, ist die Nutzung des resistiven Wandlungsprinzips. Resistive Sensoren sind Messelemente, deren Messeffekt durch eine Korrelation zwischen der Messgröße und der Steigung der elektrischen Strom-Spannungs-Kennlinie entsteht. Sie werden vor allem zur Erfassung der physikalischen Messgrößen Temperatur, Druck, Kraft, Drehmoment, Weg und Winkel eingesetzt. Damit sind sie den elektromechanischen Sensoren zuzuordnen, die im Jahr 2011 mit 32,9 % den größten Umsatzanteil des internationalen (nicht-militärischen) Sensormarkts einnahmen [1]. Unter den elektromechanischen Sensoren stellen sie das dominierende Messprinzip dar [2].

Sensoren messen nie exakt. Stattdessen geben sie stets nur einen Schätzwert der wahren Messgröße an. Um den Zusammenhang zwischen wahrer Messgröße und Schätzwert zu beschreiben, wird klassisch der Begriff *Fehler* verwendet. Im Zuge der internationalen Harmonisierung der Bewertung von Messungen haben sich allerdings zunehmend die Begriffe der *Abweichung* und der *Messunsicherheit* durchgesetzt. Sie stehen neben der Änderung des Wortes für eine Vereinheitlichung in der Bewertung der Güte einer Messung: „Die Messunsicherheit als probabilistischer Parameter, ermittelt auf der Basis des verfügbaren Wissens über die jeweilige Messung, hat sich zu dem wichtigsten international akzeptierten Parameter entwickelt, der einerseits die Qualität oder Güte eines Messergebnisses charakterisiert und andererseits einen quantitativen Hinweis auf die Stringenz der Rückführbarkeit von Messergebnissen auf die sogenannten nationalen Normale und damit letztlich auf das Internationale Einheitensystem SI gibt“ [3]. Die Messunsicherheit wird also zur Bewertung von bereits durchgeführten Messungen eingesetzt.

Ein Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, zu zeigen, dass die Herangehensweise an die Ermittlung der Messunsicherheit auch vor der Durchführung von Messungen – während des Entwurfs eines Sensorsystems – gewinnbringend in Form einer *Unsicherheitsanalyse* eingesetzt werden kann. Aufgrund der hohen Verbreitung des resistiven Prinzips erfolgt dies am Beispiel elektromechanischer resistiver Sensoren. Entwickeln von Sensorsystemen sollen Unsicherheitsmodelle für verschiedene, häufig verwendete Baugruppen zur Verfügung gestellt werden. Sie sollen in die Lage versetzt werden, anhand von Datenblattangaben schnell eine Unsicherheitsanalyse zu erstellen. Aus dieser Unsicherheitsanalyse können sofort Aussagen abgeleitet werden, welche Eingangsgrößen bei verschiedenen Arbeitspunkten maßgeblich für die Unsicherheit der Ausgangsgröße sind.

Ein zweiter Schwerpunkt der Arbeit ist der Vergleich einer zeitbasierten Auswertung resistiver Sensoren mit den etablierten spannungsbasierten Verfahren.

Die Arbeit reiht sich damit in Vorgängerarbeiten der Arbeitsgruppe ein: 1989 fassten PFEIFER und WERTHSCHÜTZKY [4] den damaligen Stand der elektromechanischen Sensorik unter deutlicher Schwerpunktsetzung auf die piezoresistive Silizium-Drucksensorik zusammen. KUHN [5] aktualisierte und erweiterte diese Betrachtungen unter besonderer Berücksichtigung der möglichen Verbesserung durch Fehlerkompensation. ZAHOUT und WERTHSCHÜTZKY [6] analysierten die Elektronik zur Auswertung solcher Sensoren und untersuchten alternative spannungsbasierte Schaltungsarchitekturen. RAUSCH [7] aktualisierte wiederum den Stand der elektromechanischen Sensorik, untersuchte gedruckte Sensoren und entwickelte spezielle Silizium-Dehnungsmessstreifen. In dieser Arbeit wird erstmals die Messunsicherheit als zentrales Merkmal verwendet und ihre Verwendung im Entwurf eines resistiven Sensors gezeigt. Der Stand resistiver Sensorprinzipien wird aktualisiert und um eine Betrachtung des thermischen Einschwingvorgangs erweitert.

Einen Schwerpunkt der Arbeit bildet die Auswertung der Sensoren, also die Sensorelektronik. Dazu werden spannungs- und zeitbasierte Auswertung erstmals in einer Unsicherheitsanalyse verglichen.

Die wesentlichen Beiträge zum Stand der Wissenschaft sind:

- Eine Gegenüberstellung der gegenwärtig verfügbaren resistiven Technologien zur Dehnungsmessung und ihrer statischen Kenndaten unter Berücksichtigung aktueller Forschungsergebnisse.
- Analyse des thermischen Einschwingvorgangs von elektromechanischen Sensoren sowie Modellbildung mittels Netzwerktheorie und experimentelle Validierung.
- Die Analyse von Umformungsschaltungen von Widerstand zu Spannung und Widerstand zu Zeit unter Ableitung des erzielbaren Signal-Rausch-Abstands.
- Die Ableitung von funktionalen Zusammenhängen üblicher elektronischer Baugruppen der Sensorik.
- Der rechnerische und experimentelle Vergleich der zeitbasierten und der spannungsbasierten Auswertung resistiver Sensoren.

Diese Beiträge sollen Entwicklungsingenieure in die Lage versetzen, Unsicherheitsanalysen von Sensorsystemen bereits beim Entwurf anhand von Prozessdaten, Datenblättern oder Erfahrungswerten schnell durchzuführen, und zielgerichtete Maßnahmen zur Verbesserung des Entwurfs zu ergreifen.

2 Überblick der Messketten resistiver Sensoren

Im Zuge der Digitalisierung ist das Ziel einer Messung ein digitaler Wert, der in einem Mikrocontroller oder Ähnlichen weiterverarbeitet werden kann. Zur Auswertung resistiver Sensoren wäre daher ein direkter Widerstand-zu-Digital-Konverter optimal, der jedoch technisch nicht bekannt ist. Die Wandlung erfolgt stattdessen über Zwischengrößen. Die Anzahl und Art der Zwischengrößen variiert je nach Messgröße und Messprinzip.

So werden zur Messung der Temperatur Festwiderstände mit linearer U - I -Kennlinie, deren Steigung der Widerstand R_0 ist, genutzt. Die Festwiderstände weisen eine hohe Temperaturabhängigkeit auf. Dies ist ein rein elektrothermischer Effekt, der als ein wesentlicher Störeffekt auch in allen elektromechanischen Sensoren auftritt. Zur Auswertung wird der Widerstand klassisch zunächst in eine Spannung als Zwischengröße gewandelt, anschließend analog vorverarbeitet, beispielsweise gefiltert und verstärkt, und durch einen Analog-to-Digital-Converter (ADC) digitalisiert, Abbildung 2.1.

Zur Messung von Kraft, Druck, Drehmoment, Weg sowie in der experimentellen Spannungsanalyse werden hauptsächlich Dehnungsmessstreifen (DMS) eingesetzt, die mit verschiedenen Technologien hergestellt werden. Die Dehnungsmessstreifen wandeln mechanische Dehnung ε oder – in einer weiten Definition – mechanische Spannung σ in eine Änderung der U - I -Kennlinie. Zur Messung der verschiedenen Messgrößen müssen diese zunächst auf die Zwischengröße Dehnung/Spannung umgeformt werden. Dies erreicht man mit einem mechanischen Verformungskörper. Auf den Verformungskörper sind Dehnungsmessstreifen auf- oder eingebracht, welche die Dehnung in einen elektrischen Widerstand wandeln. Anschließend ist die Signalkette identisch zur Temperaturmessung.

Eine verbreitete Methode zur Messung eines Winkels φ ist das magnetoresistive Prinzip (MR). Bei diesem wandelt ein MR-Widerstand ein durch die Messgröße modulierte Magnetfeld in eine Änderung der U - I -Kennlinie. Zur Signalverarbeitung werden daher der oder die MR-Widerstände in einem Magnetfeld mechanisch so bewegt, dass aus dem Gradienten des Magnetfelds ein Rückschluss auf den Winkel möglich ist. Die Magnetfeldänderung wird mittels der MR-Widerstände detektiert. Anschließend kann die Signalverarbeitung wie in den vorigen Beispielen erfolgen.

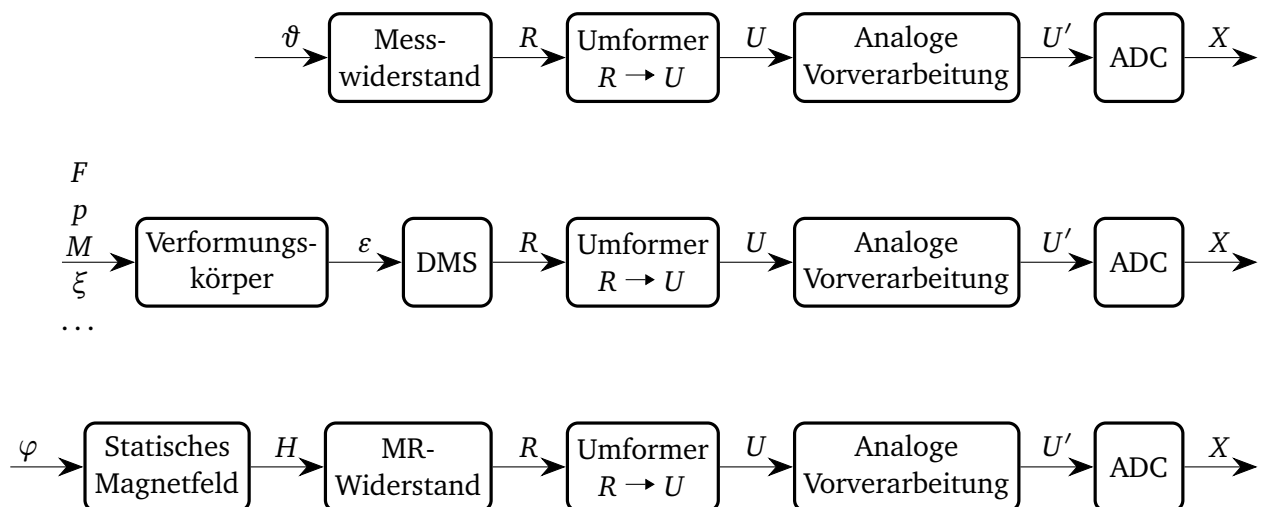


Abb. 2.1.: Messketten zur Auswertung von resistiven Temperatursensoren, Sensoren basierend auf Dehnungsmessstreifen und magnetoresistiven Winkelsensoren (von oben nach unten).

Die vorliegende Arbeit betrachtet diese, in Abbildung 2.1 gezeigten, Signalketten sowie neuartige Alternativen. Der Fokus liegt auf der Unsicherheit der gesamten Signalkette: Wie exakt bildet der erhaltene digitale Wert die Messgröße ab? Welche Größen sind die wesentlichen Ursachen der Unsicherheit? Wie kann diesen Ursachen entgegengewirkt werden, um die Unsicherheit des Sensors zu verbessern?

Zur Analyse der Messunsicherheit wird das Verfahren des "Guide to the expression of uncertainty in measurements" [8] (GUM) angewendet und erweitert. Dieses basiert darauf, jede Eingangsgröße, die, beschrieben durch einen funktionalen Zusammenhang, Einfluss auf die Ausgangsgröße des Sensors ausübt, als statistische Zufallsvariable mit definierter Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (pdf) zu modellieren. Anhand des funktionalen Zusammenhangs zwischen Ein- und Ausgangsgröße(n) sowie der pdf der Eingangsgrößen kann mittels verschiedener Methoden auf die pdf der Ausgangsgröße(n) geschlossen werden. Aus den Zwischenschritten können Aussagen zur Relevanz der Eingangsgrößen für die Unsicherheit der Ausgangsgröße abgeleitet werden.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst Technologien zur Wandlung einer mechanischen Größe in eine Widerstandsänderung vorgestellt. Es folgen etablierte Schaltungen zur Umformung der Widerstandsänderung in die meist verwendete Zwischengröße, eine Spannung. Die meist verbreiteten Schaltungen zur Aufbereitung dieser Spannung werden anschließend betrachtet. Nach der Vorstellung der Messkette wird der GUM beschrieben.

2.1 Wandlung einer mechanischen Messgröße in eine Widerstandsänderung

Mechanische Wandler als Sensoren sind seit Jahrhunderten in Gebrauch. Ein Beispiel ist eine Waage, die eine Gewichtskraft durch die Gegenkraft einer Feder in den Ausschlag eines Zeigers wandelt. Mit der Entdeckung und Nutzbarmachung der Elektrizität wurde bald auch erkannt, dass sich elektrische und mechanische Größen gegenseitig beeinflussen. 1856 entdeckte Sir William THOMSON (Lord Kelvin), dass ein Draht, der einer Längenänderung Δl ausgesetzt wird, seinen elektrischen Widerstand proportional um einen Wert ΔR ändert. Gleichzeitig zeigte er auch bereits, dass zwei geometrisch gleiche Drähte aus unterschiedlichen Materialien unterschiedliche relative Widerstandsänderungen aufweisen. Er folgerte, dass sich neben der Geometrie des Leiters auch dessen Leitfähigkeit verändern müsse und dieser Effekt materialabhängig unterschiedlich stark ausgeprägt ist [9]. Diese Arbeiten wurden später vor allem von BRIDGMAN [10] aufgegriffen, der zwischen 1918 und 1935 Messwerte für verschiedene Metalle unter verschiedenen Spannungszuständen auswertete. Dabei zeigte auch er, dass neben der Geometrieänderung materialabhängig eine Änderung der Leitfähigkeit auftritt. Der Effekt wurde schließlich 1935 von COOKSON [11] in Anlehnung an den früher entdeckten piezoelektrischen Effekt als „Piezoresistivität“, abgeleitet vom griechischen piezen (pressen), bezeichnet.

Die Idee, diese Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Verformung als sensorischen Effekt zu nutzen, kam im Zeitraum zwischen 1930 und 1940 auf. Sie wurde vor allem getrieben durch die aufstrebende Luftfahrt-Industrie, in der die experimentelle Spannungsanalyse mit dem Ziel der Masse- und Materialreduktion essentiell war. Wesentliche Arbeiten dieser Zeit stammen von RUGE [12], DE FOREST und LEADERMAN [13], SIMMONS [14] und KERN und WILLIAMS [15]. Sie verwendeten Metalldrähte, die, eingebettet in ein klebriges, weiches Bindematerial („cement“), beispielsweise Lack, auf verschiedene Materialien aufgebracht wurden.

Dabei entstand auch die phänomenologische Beschreibung der Widerstandsänderung von Dehnungsmessstreifen, wie sie aktuell häufig verwendet und in Kapitel 3 vertieft wird. Ein Dehnungsmessstreifen weist danach eine lineare U - I -Kennlinie mit der Steigung R_0 , dem Grundwiderstand, auf. Die Abhängigkeit der relativen Widerstandsänderung $r = \Delta R/R_0$ von der Dehnung $\varepsilon = \Delta l/l$ wird linear mit dem k -Faktor (gauge factor)

$$r = \Delta R/R_0 = k\varepsilon \quad (2.1)$$

beschrieben. Weiterhin weisen sowohl R_0 als auch k eine Temperaturabhängigkeit auf, die mit den linearen Temperaturkoeffizienten α_R und α_k beschrieben wird. Im Verbund mit dem Verformungskörper ergeben sich davon abweichende Temperaturabhängigkeiten, sie werden mit den Temperaturkoeffizienten α_0 (auch TK0, TC0) und α_B (auch TKc, TKB, TKSens) bezeichnet.

Auf der Suche nach einer Alternative zu den damals patentierten Dehnungsmessstreifen aus Metalldraht erkannte JACKSON [16, 17] Anfang der 1950er Jahre, dass die aufkommende Technik der lithographisch strukturierten Printed Circuit Boards (PCB) sich auch für Dehnungsmessstreifen verwenden lässt [17]. Er fertigte einen Verbund aus Polyimid und Metallfolie und strukturierte die Metallfolie lithographisch. Dies war die Geburt der Metallfolien-Dehnungsmessstreifen, wie sie aktuell entsprechend Abbildung 2.2 in hohen Stückzahlen verwendet werden. Hersteller von Metallfolien-Dehnungsmessstreifen sind die Firmen BCM (Antwerpen, Belgien), HBM (Darmstadt, Deutschland), Kyowa (Tokyo, Japan), Omega (Norwalk, Connecticut, USA), Vishay Micro-Measurements (Wendell, North Carolina, USA) und Zemic (Etten-Leur, Niederlande). Die in einem breiten Sortiment angebotenen kommerziellen Dehnungsmessstreifen weisen Grundwiderstände von $120\ \Omega$ bis $1000\ \Omega$ auf, k -Faktoren von ca. 1,8 bis 2,2, α_R von $30\ \text{E} - 6/\text{K}$ bis $-30\ \text{E} - 6/\text{K}$ und α_k von $100\ \text{E} - 6/\text{K}$ bis $200\ \text{E} - 6/\text{K}$.

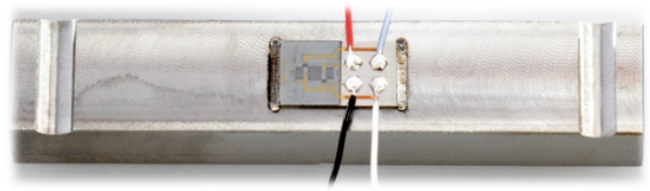
Im Gegensatz zu Folien, die meist durch Walzen hergestellt werden, können dünne Filme mit Dicken kleiner $1\ \mu\text{m}$ auch durch mikrotechnische Verfahren hergestellt werden. Dies sind das thermische Aufdampfen, das chemische Aufdampfen (Chemical Vapour Deposition CVD) sowie die Kathodenzerstäubung (Sputtern). Ein Dehnungsmessstreifen auf Basis dieser Dünnschichttechnologien wurde bereits 1948 patentiert [18], gelangte aber erst Jahrzehnte später zur Marktreife. Der Grund liegt zum Einen in den hohen Investitionskosten für die apparative Ausstattung, zum Anderen in der Schwierigkeit, reproduzierbar hohe Isolationswiderstände zwischen einem Substrat und dem Dünnschicht herzustellen. Heutzutage werden Drucksensoren mit Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen auf Stahl-Verformungskörper in Millionenstückzahlen hergestellt. Teilweise werden diese nach der Prozessierung der Dehnungsmessstreifen zu Kraftsensoren modifiziert, es werden aber auch Kraftsensoren direkt hergestellt. Abbildung 2.3 zeigt zwei Ausführungsvarianten. Hersteller von Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen sind Bosch (Gerlingen, Deutschland), Gems (Plainville, Connecticut, USA), Huba Control (Würenlos, Schweiz), Jumo (Fulda, Deutschland), Kavlico/Sensata (Thousand Oaks, Californien, USA), Sensor Technik Wiedemann (Kaufbeuren, Deutschland), Senstech (Fehraltorf, Schweiz), Siegert TFT (Hermsdorf, Deutschland), Strain Measurement Devices (Bury St. Edmunds, Großbritannien) und Wika (Klingenberg, Deutschland). Übliche Kennwerte sind Grundwiderstände von $3\ \text{k}\Omega$ bis $8\ \text{k}\Omega$, k -Faktoren von ca. 2 bis 4, sowie auf Stahl-Verformungskörper α_0 von $0\ \text{E} - 6/\text{K}$ bis $100\ \text{E} - 6/\text{K}$ und α_B von ca. $5\ \text{E} - 6/\text{K}$ bis $200\ \text{E} - 6/\text{K}$.



Abb. 2.2.: Metallfolien-Dehnungsmessstreifen. Die Abmessungen liegen im Bereich weniger Quadratmillimeter (Produktfoto HBM)



(a)



(b)

Abb. 2.3.: Sensoren auf Basis von Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen: (a) Drucksensor in Dünnschichttechnologie mit zusätzlichem Temperaturmesswiderstand, Durchmesser ca. 10 mm (Produktfoto Sensor Technik Wiedemann). (b) Biegebalken mit aufgeschweißtem Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen. Größe des Dehnungsmessstreifens: wenige mm^2 (Produktfoto Sievert TFT).

1953 untersuchte SMITH [19] dotiertes Silizium und Germanium unter expliziter Berücksichtigung von deren kubischer Kristallstruktur. Dabei stellte er fest, dass in diesen Halbleitern besonders hohe Widerstandsänderungen in Scherrichtung auftreten, die bei isotroper Druckeinleitung nicht vorkommen und auch nicht mit den bis dahin bekannten piezoresistiven Modellen von Geometrieänderung und Änderung in der Ladungsträgermobilität erklärbar sind. Die Erklärung dieses Effekts lieferte 1955 der bereits in SMITHS Veröffentlichung erwähnte HERRING [20] mit einem „Many-Valley“ Modell, das beschreibt, wie aufgrund der Kristallstruktur günstige Energieniveaus („Valley“) entstehen, die anisotrope Materialeigenschaften verursachen. Dieses ist in einer erweiterten Formulierung von KANDA [21] bis heute für n-dotiertes Silizium gültig. In p-dotiertem Silizium ist der Effekt dagegen noch nicht vollständig modelliert. Die gegenwärtig verwendete Modellierung findet sich bei RICHTER et al. [22]. Sensoren auf Basis dieser Technologie werden in zwei Varianten hergestellt: Sogenannte Halbleiter-Dehnungsmessstreifen entsprechend Abbildung 2.4 sind kleine Platten mit ca. $500 \mu\text{m}$ Kantenlänge, die aus homogen dotierten Wafern herausgetrennt werden. Inhomogen dotierte Silizium-Platten mit eindotierten und gegeneinander mit pn-Übergängen isolierten Widerständen werden dagegen meist als piezoresistive Sensoren bezeichnet. Letztere waren und sind, insbesondere als Drucksensoren, wesentliche Treiber der Mikrosystemtechnik und werden von vielen Firmen weltweit hergestellt. Sie weisen Grundwiderstände von $3 \text{ k}\Omega$ bis $8 \text{ k}\Omega$, k -Faktoren im Bereich von 40 bis 100, allerdings auch hohe α_0 bis zu $1000 \text{ E} - 6/\text{K}$ und negative α_c von ca. $-3500 \text{ E} - 6/\text{K}$ auf. Halbleiter-Dehnungsmessstreifen weisen ähnliche Kennwerte auf, es wird jedoch zusätzlich zwischen monokristallinen mit k -Faktoren von 80 bis 100 und polykristallinen mit k -Faktoren von 15 bis 30 unterschieden.

Eine weitere Technologie ergab sich Anfang der 1970er Jahre, als per Siebdruck aufgebrachte und anschließend gesinterte Dickfilme oder dicke Schichten mit Dicken im μm -Bereich untersucht wurden. Zunächst als Alternative zu lithographisch strukturierten PCB angedacht, ergab sich rasch, dass dies eine interessante Technologie zur Herstellung von Festwiderständen ist. Bei der Untersuchung dieser Festwiderstände auf Stabilität gegenüber Störgrößen fiel HOLMES [23] auf, dass sie eine ausgeprägte lineare Dehnungsabhängigkeit aufweisen. Die erste ausführliche Analyse solcher Pasten bzgl. ihrer Dehnungsabhängigkeit führten CANALI et al. [24, 25] durch. Zu Beginn ihrer Entwicklung konnten solche Sensoren ausschließlich auf nichtleitenden Substraten gefertigt werden, da keine Isolierung der Widerstände gegen das Substrat möglich war. Aufgrund der hohen Temperaturen von ca. 850°C beim Sintern wurde Al_2O_3 verwendet. Inzwischen sind angepasste Isolationspasten verfügbar, so dass aktuell neben Drucksensoren aus Al_2O_3 auch Dickschicht-Sensoren aus Stahl verfügbar sind (Abbildung 2.5). Hersteller von Dickschicht-Dehnungsmessstreifen sind Huba Control (Würenlos, Schweiz), Jumo (Fulda, Deutschland), zwei namensgleiche aber konkurrierende Firmen Metallux (Mendrisio, Schweiz und Leutenbach-Nellmersbach, Deutschland), Sika (Kaufungen, Deutschland), Tecsio (Offenbach, Deutschland), Wika (Klingenberg, Deutschland). Übliche Kennwerte sind Grundwiderstände von $10 \text{ k}\Omega$, k -Faktoren

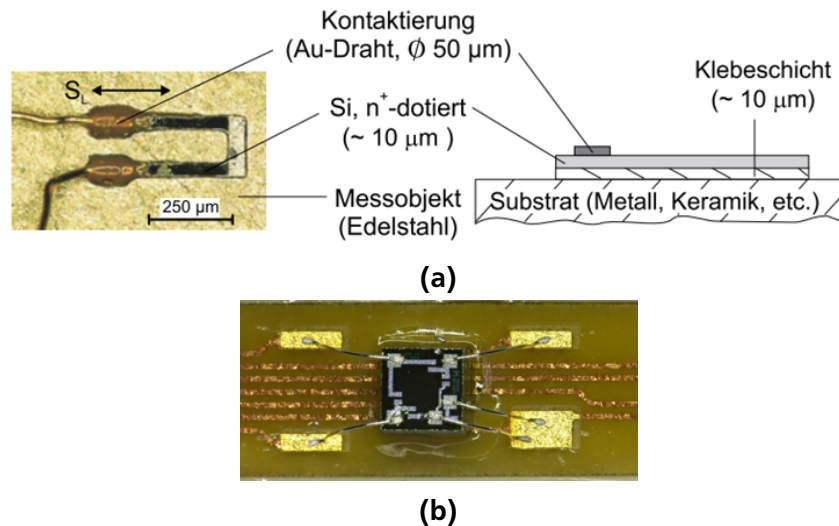


Abb. 2.4.: Silizium-Sensoren: (a) Halbleiter-Dehnungsmessstreifen Photographie und schematischer Schnitt [7]. (b) Piezoresistiver Drucksensor mit einer Kantenlänge von 0,65 mm der Firma SMI. Photographie: Ingmar Stöhr.

von ca. 8 bis 12, α_0 von $-100 \text{ E} - 6/\text{K}$ bis $100 \text{ E} - 6/\text{K}$ und α_B von ca. $100 \text{ E} - 6/\text{K}$ bis $200 \text{ E} - 6/\text{K}$ [24, 26].

Die bisher erwähnten Technologien sind in der Sensor-Industrie etabliert und werden millionenfach verwendet. Aktuelle Forschungsergebnisse führten zu weiteren Technologien, die im Folgenden betrachtet werden.

WITT [27] fasst 1974 in einem Review die damaligen Modelle zur Beschreibung des Messeffekts in dünnen Filmen zusammen und kommt zu dem Schluss, dass Dünnschichten ohne vollständig ausgebildete Korngrenzen abhängig vom Schichtwiderstand k -Faktoren im Bereich von 10 und mehr bei gleichzeitiger Reduktion der Temperaturabhängigkeit gegenüber kristallinen Schichten aufweisen können. Diese Ergebnisse wurden von verschiedenen Forschern aufgegriffen [28–30] und mündeten in nano-strukturierte Dehnungsmessstreifen.

Ein Beispiel sind die Dehnungsmessstreifen der Firma Nanolike (Toulouse, Frankreich), die sich auf Basis dieser Forschungsergebnisse gründete. Die Dehnungsmessstreifen bestehen aus zwei Elektroden sowie einer wenige Mikrometer überbrückenden nanostrukturierten Schicht, Abbildung 2.6. Sie weisen anstatt einer linearen Abhängigkeit $r(\epsilon) = k\epsilon$ eine exponentielle $r = e^{k\epsilon} - 1$ auf. Der k -Faktor in letzterer Gleichung beträgt $30 \pm 10 \%$, der Grundwiderstand 200 k Ω oder 1 M Ω . Der Temperaturgang ist nichtlinear. Der linearisierte Temperaturkoeffizient α_0 beträgt ca. $30 \text{ E} - 6/\text{K}$; α_c ist nicht veröffentlicht.

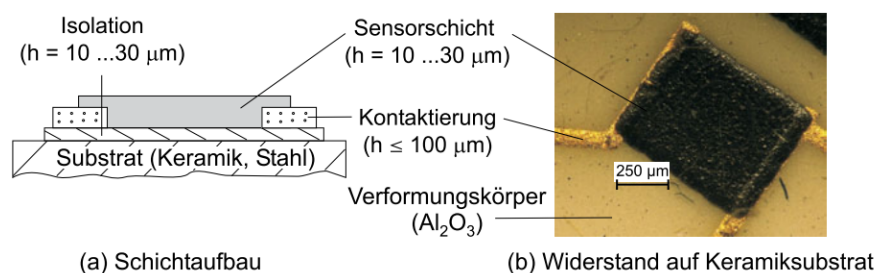


Abb. 2.5.: Aufbau eines Dickschicht-Messwiderstands im Schnitt und Fotografie [7].



Abb. 2.6.: Aufbau der Dehnungsmessstreifen der Firma Nanolike. Die Dehnungsmessstreifen basieren auf dem Messeffekt, den ein diskontinuierlicher Metallfilm aufweist. Quelle: Broschüre „Nanosensors from Nanolike“.

Auf einem ähnlichen Effekt basieren die Dehnungsmessstreifen der Arbeitsgruppe SCHULTES der htw Saar. Sie bestehen aus Ni- oder NiCr-Konglomeraten, eingebettet in eine amorphe C-H-Matrix [29, 31, 32], Abbildung 2.7. Daraus leitet sich die Bezeichnung Ni:a-C:H bzw. NiCr:a-C:H ab. Sie werden mit Grundwiderständen von $500\ \Omega$ bis $5000\ \Omega$ hergestellt und weisen eine lineare Dehnungsabhängigkeit mit k -Faktoren von 10 (NiCr) bzw. 20 bis 25 (Ni) auf. α_0 beträgt ca. $10\ \text{E} - 6/\text{K}$, α_c ist nicht veröffentlicht.

2.2 Umformung der Widerstandsänderung in eine Spannung

Die einfachste Art, einen Widerstand zu bestimmen, ist die Anwendung des OHM'schen Gesetzes $R = U/I$. Dazu wird der Widerstand mit einer Konstantstromquelle gespeist und die resultierende Spannung gemessen und digitalisiert, Abbildung 2.8(a). Aufgebaut als Vierletermessung lassen sich damit sehr genaue Messschaltungen realisieren. Dieses Prinzip wird in allen handelsüblichen Multimetern verwendet, da, kombiniert mit einer Umschaltung der Stromquelle, ein sehr weiter Messbereich abgedeckt werden kann. Der Nachteil liegt darin, dass für Widerstandsänderungen im Promillebereich ein entsprechend hochauflösendes Messgerät erforderlich ist.

Da es technisch einfacher und damit preisgünstiger ist, eine exakte Spannungsquelle statt einer Stromquelle aufzubauen, hat sich als zweites Prinzip zur Widerstandsermittlung ein Spannungsteiler etabliert, Abbildung 2.8(b). Diese Lösung weist eine nichtlineare Übertragungsfunktion $U_{\text{out}} = f(R_x) = R_x / (R_{\text{vor}} + R_x) U_{\text{ex}}$ auf. Sie wird meist für Temperatursensoren mit geringen Unsicherheitsanforderungen verwendet, oder

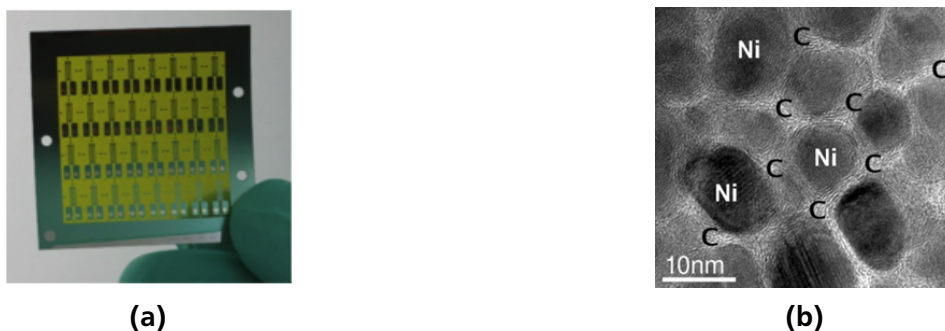


Abb. 2.7.: Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen aus Nickel-Konglomeraten, eingebettet in eine amorphe C-H-Matrix [32]. Prozessierte Dehnungsmessstreifen vor der Einzelung (a) und Zusammensetzung der Funktionsschicht (b). Die Abstände zwischen den Ni-Konglomeraten betragen 5 nm bis 15 nm.

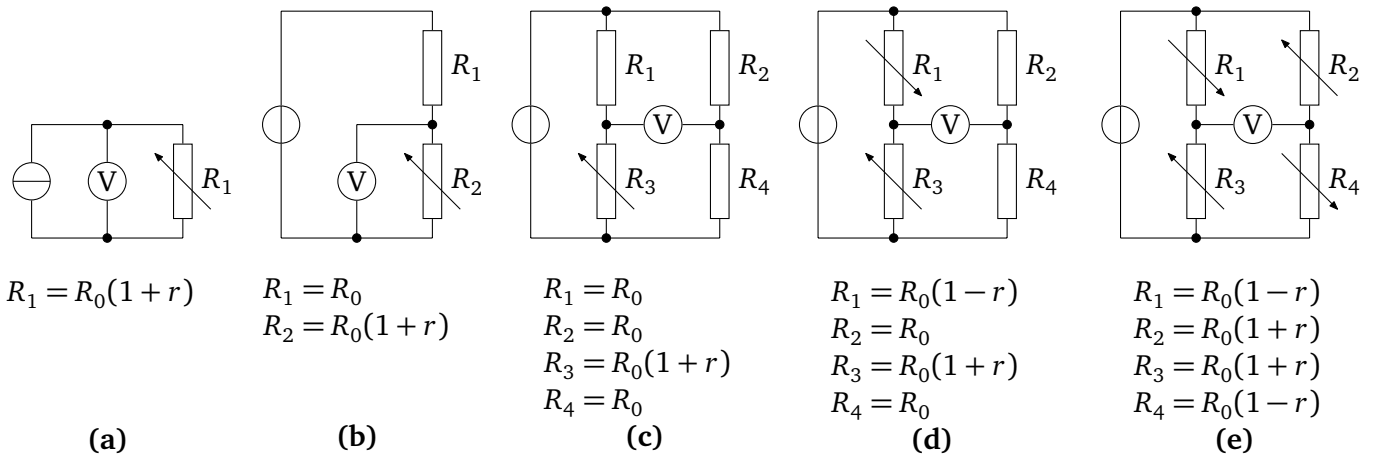


Abb. 2.8.: Schaltungsvarianten zur Umformung von Widerstand zu Spannung im Vergleich. Stromquelle (a), Spannungsquelle mit Spannungsteiler (b), Wheatstonebrücke in Viertel- (c), Halb- (d) und Vollbrückenordnung (e).

aber die Nichtlinearität wird gezielt ausgenutzt, um eine nichtlineare Lastkennlinie um einen Arbeitspunkt zu linearisieren.

Bezogen auf kleine Widerstandsänderungen bzw. kleine Differenzen zwischen zwei Widerständen sind beide Prinzipien aber unzureichend, da sie stets den Absolutwert des Widerstands auswerten. Erstrebenswert ist es, den Grundwiderstand aus der Messung zu subtrahieren, also eine differenzielle Messung aufzubauen. Diese Aufgabe löste Lord WHEATSTONE durch einen zweiten Spannungsteiler und die Auswertung der Differenz zwischen beiden Mittenabgriffen [33]. Die Anordnung ist heute als Wheatstonebrücke bekannt, Abbildung 2.8(c)-(e). Sie weist mehrere Vorteile auf, da sie zum Einen durch die Subtraktion des Grundwiderstands den benötigten Messbereich und daraus folgend die benötigte Auflösung der Elektronik deutlich verringert. Soll beispielsweise eine Widerstandsänderung r in 10 Schritte von $1\text{E}-3$ bis $1\text{E}-2$ aufgelöst werden, so werden mit Abbildung 2.8(a) vier Dezimalstellen oder 10 bit benötigt, mit Abbildung 2.8(e) jedoch nur zwei Dezimalstellen bzw. 3 bit. Zum Anderen werden additive Effekte, die auf alle Widerstände gleichartig wirken, durch die Brückenordnung kompensiert.

Die Ausgangsspannung der Wheatstonebrücke ergibt sich bei Spannungsspeisung mit U_{ex} zu

$$U_{\text{out,U}} = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{ex}}. \quad (2.2)$$

Kann sichergestellt werden, dass vier Messwiderstände mit sehr ähnlichen Eigenschaften vorliegen, die auf Änderungen der Messgröße mit unterschiedlichem Vorzeichen der Widerstandsänderung reagieren, ist die Vollbrücke nach Abbildung 2.8(e) die Vorzugsvariante, da sie das höchste Ausgangssignal bietet. Ist dies, beispielsweise bei Temperatursensoren, nicht möglich, wird die Viertelbrücke nach Abbildung 2.8(c) verwendet. Eine Halbbrücke nach Abbildung 2.8(d) ist ein Kompromiss zwischen beiden Varianten. Dieser wird besonders dann gewählt, wenn das Aufbringen von vier Messwiderständen aus technischen oder wirtschaftlichen Gründen nicht möglich ist.

2.3 Elektronik zur Signalaufbereitung

Nach der Wandlung der Widerstandsänderung in eine Spannung erfolgt typischerweise eine erste analoge Signalaufbereitung durch ein Analog Frontend (AFE), Abbildung 2.9. Je nach gewählter Schaltung zur Umformung der Widerstandsänderung ergibt sich eine massebezogene Spannung proportional zum

Absolutwert des Widerstands oder eine Differenzspannung proportional zur Widerstandsdifferenz. Erstere beträgt meist einige Volt, letztere mehrere Millivolt. Diese Spannung wird verstärkt, um sie an den Eingangsbereich des nachfolgenden ADC anzupassen.

Im Fall einer massebezogenen Spannung erfolgt dies meist mit einem nicht-invertierenden Verstärker, der auch den Vorteil eines hohen Eingangswiderstands aufweist. Im Fall einer Differenzspannung hat der Verstärker neben der Verstärkung vor allem die Aufgabe der eigentlichen Differenzbildung zwischen beiden Eingängen. Rein rechnerisch ist diese unabhängig vom absoluten Zahlenwert beider Eingänge. Dies ist jedoch nur annähernd in Halbleiter-Schaltungstechnik realisierbar. Gekoppelt mit der Differenzbildung besteht daher der Wunsch nach einer möglichst guten Unterdrückung der Gleichtaktspannung auf beiden Eingängen, angegeben als Common Mode Rejection Ratio (CMRR). Ebenfalls an eine möglichst fehlerfreie Differenzbildung gekoppelt ist die Forderung nach einem hohen Eingangswiderstand, damit die Wheatstonebrücke nicht belastet wird. Aufgrund dieser Anforderungen hat sich der Instrumentationsverstärker als Eingangsstufe durchgesetzt.

In aktuellen Schaltungen erfolgt die Signalverarbeitung in der Regel digital. Daher ist dem AFE ein ADC mit 8 bit bis 24 bit Auflösung nachgeschaltet, der die analoge Spannung in ein Digitalsignal wandelt. Klassisch verarbeitet der ADC massebezogene Signale, zunehmend werden jedoch auch differentielle ADC verwendet. Diese erfordern einen angepassten Verstärker, der auch differentielle Signale an seinem Ausgang bereitstellt.

2.4 Messunsicherheitsanalyse nach GUM

Ein Messergebnis ist nie exakt, sondern stets mit einer Unsicherheit behaftet. Dabei setzt sich diese aus zwei Anteilen zusammen: einer systematischen Messabweichung, die bei jeder Messung die gleiche Abweichung vom wahren Wert zeigt, und der zufälligen Messabweichung, die für jede Messung eine Stichprobe aus stochastischen Größen darstellt [34]. Diese beiden Begriffe sind eng verwandt mit den systematischen und zufälligen Fehlern, wie sie klassisch in der Messtechnik verwendet werden.

Klassisch werden als systematische Fehler solche bezeichnet, deren Ursache und Art der Einwirkung bekannt sind [35, S. 96, 36, S. 17]. Bei Kenntnis der Werte aller Parameter dieser Fehler lässt sich die daraus resultierende Abweichung vorausberechnen. Als zufällige Fehler hingegen bezeichnet man

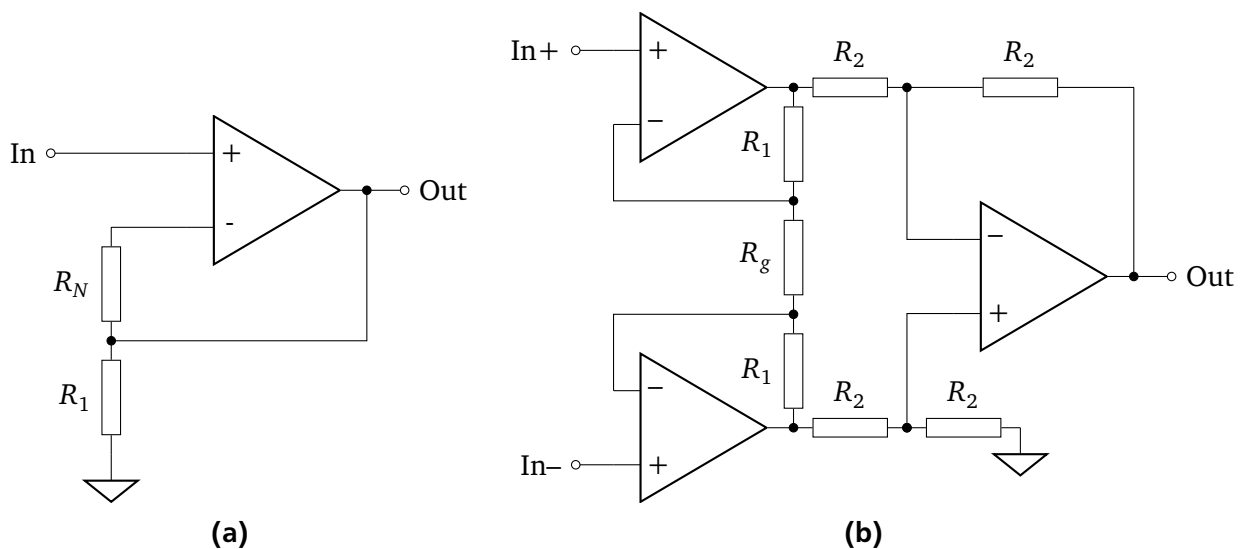


Abb. 2.9.: Schaltungen zur ersten Signalaufbereitung im Vergleich. Nicht-invertierender Verstärker (a) und Instrumentationsverstärker (b).

klassisch solche, deren Einwirken „nicht unmittelbar erfassbare Abweichungen vom wahren Wert“ [35, S. 98] verursacht. Die Wiederholung einer Messung unter Einfluss zufälliger Fehler liefert unterschiedliche Resultate, die statistisch untersucht werden müssen. Diese Definition weist nach PUENTE LEÓN [36, S. 17] „eine gewisse Willkür“ und zwei wesentliche Schwächen auf.

Zum Einen berücksichtigt sie nicht den vorhandenen Kenntnisstand über den tatsächlichen Wert der Fehlerursache. So kann beispielsweise die Nullpunktspannung eines Verstärkers einen deterministisch beschreibbaren systematischen Fehler verursachen. Solange die tatsächliche Nullpunktspannung eines einzelnen Exemplars aber nicht bekannt ist, ist nur die stochastische Verteilung der Nullpunktspannungen aus der Produktion verwendbar. Die Nullpunktspannung muss also in diesem Fall als stochastisch verteilte Zufallsvariable angesehen werden. Die Physikalisch Technische Bundesanstalt (PTB) erkannte diese Problematik bereits 1980 [37, S. 69]: Ein Experiment oder Bauteil kann „[...] hinsichtlich der systematischen Abweichung als ein Exemplar aus einer beliebig großen Gesamtheit von gleichartigen Experimenten betrachtet werden, wobei die systematische Abweichung für jedes Exemplar der Gesamtheit einen zufälligen konstanten Wert im ein für allemal für alle Exemplare fest abgeschätzten Intervall annimmt.“ Auch die DIN 1319 geht auf die Thematik ein. Zu systematischen Messabweichungen heißt es dort [34, S. 13]: „Eine Unterscheidung zwischen unbekannten systematischen Messabweichungen und zufälligen Messabweichungen ist nicht immer möglich. So werden z.B. bei der Auswertung von Vergleichsmessungen mit genügender Anzahl von Teilnehmern unbekannte systematische Messabweichungen auch wie zufällige Messabweichungen behandelt.“

Zum Anderen vernachlässigt die klassische Definition, dass jede Eingangsgröße eine stochastische Verteilung aufweist. Wird beispielsweise die aufgeführte Nullpunktspannung gemessen, so ist zwar aus der stochastischen Verteilung der Produktion eine Stichprobe gezogen, die nach Betrag und Vorzeichen bekannt ist. Diese stellt jedoch immer noch eine Zufallsvariable mit der Unsicherheit des Messgerätes dar, da auch diese Messung nicht ohne Unsicherheit ist. De facto wurde also „nur“ die Unsicherheit der Nullpunktspannung verkleinert. Aus dem Erwartungswert dieses verringerten Unsicherheitsintervalls kann aber eine Korrektur für den Messwert abgeleitet werden.

Eine ähnliche Argumentation kann bezüglich der Störgrößen erfolgen: Eine Temperaturänderung kann eine deterministisch beschreibbare Auswirkung, zum Beispiel in Form eines Temperaturkoeffizienten, auf die Ausgangsspannung eines Verstärkers hervorrufen. Solange die aktuelle Temperatur jedoch nicht bekannt ist, kann lediglich aus Vorwissen eine Temperatur vermutet oder ein worst-case-Wert angenommen werden. Trotz systematisch beschreibbarer Einwirkung muss der Anteil im Ausgangssignal also als stochastische Verteilung angesehen werden.

In dieser Arbeit wird daher die Fehlerdefinition des "Guide to the expression of uncertainty in measurements" [8] (GUM) angewendet. Der GUM ist ein vom „Bureau International des Poids et Mesures“ (BIPM, ein Zusammenschluss der nationalen Metrologieinstitute) herausgegebener Leitfaden zur Berechnung und Angabe von Messunsicherheiten. Er wurde seit 1980 erarbeitet, 1993 erstmalig veröffentlicht, 1995 und 2008 überarbeitet und befindet sich seit 2014 in einer weiteren Überarbeitung. Autoren sind neben dem BIPM auch weitere Normungsinstitutionen wie ISO, IEC, OIML u.A. [38, 39]. Eine deutsche Übersetzung ist als DIN 13005 [40] veröffentlicht.

Der GUM vollzieht einen Paradigmenwechsel in der Beschreibung der Unsicherheit: Anstatt von unbekannten Fehlern relativ zu einem niemals bekannten wahren Wert auszugehen und zu versuchen, diese möglichst gut zu quantifizieren, geht er vom verfügbaren Wissen über die Messung aus. Dazu wird die Messung in Form eines funktionalen Zusammenhangs modelliert. Dieser stellt eine Relation zwischen den Eingangsgrößen, über die Wissen verfügbar ist, und den Ausgangsgrößen, über die Wissen gesucht wird, her. Das verfügbare Wissen über die Eingangsgrößen wird als Wahrscheinlichkeitsverteilung in Form einer pdf abgelegt. Das Sammeln der Informationen über mögliche Eingangsgrößen und deren Zusammenhänge wird auch als „Formulation“-Phase bezeichnet. Am Ende dieser Phase steht eine Liste aller möglichen Eingangsgrößen, ein funktionaler Zusammenhang der ihr Zusammenwirken beschreibt, beispielsweise

in Form einer analytischen Modellgleichung oder eines numerischen Programmcodes, sowie eine nach bestem Wissen ermittelte pdf jeder Eingangsgröße.

Aus den Eingangsgrößen muss im nächsten Schritt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ausgangsgröße(n) ermittelt werden, auch als „Propagation“-Phase bezeichnet. Der GUM selbst sieht hierzu ein vereinfachtes Verfahren, das sogenannte "GUM uncertainty framework" (GUF) vor. Es reduziert die pdf der Eingangsgrößen auf die Parameter Erwartungswert, Standardabweichung und einen Vorfaktor zur Umrechnung verschiedener pdf in eine Normalverteilung. Aus diesen werden mittels einer Taylor-Entwicklung des funktionalen Zusammenhangs Erwartungswert und Standardabweichung der Ausgangsgröße abgeleitet und eine Normalverteilung (oder eine skalierte und verschobene t -Verteilung) selbiger angenommen. Im ersten Nachtrag [41] zum GUM wurde eine allgemeinere Vorgehensweise eingeführt, die höhere Ordnungen der Taylor-Entwicklung diskutiert und die Monte-Carlo-Simulation als zweites Werkzeug zur Ermittlung der pdf der Ausgangsgröße(n) vorstellt.

Im letzten Schritt folgt die Angabe der ermittelten Messunsicherheit aus den berechneten pdf der Ausgangsgröße(n). Je nach konkreter Aufgabe kann dies die Ermittlung von Erwartungswert und Varianz, aber auch eines Vertrauensintervalls umfassen.

3 Phänomenologische Beschreibung resistiver Sensorprinzipien

In Kapitel 2 wurde die typische Messkette resistiver elektromechanischer Sensoren vorgestellt und ein Überblick über die entsprechenden Prinzipien gegeben. In diesem Kapitel wird die Modellbildung vertieft mit dem Ziel, funktionale Zusammenhänge der Parameter zu erarbeiten. Dazu wird zunächst das statische Übertragungsverhalten allgemein analysiert, um im Anschluss Besonderheiten der einzelnen Technologien herauszuarbeiten. Anschließend folgt die Erweiterung des statischen Übertragungsverhaltens um den dynamischen Einfluss der häufigsten Störgröße, der Temperatur.

3.1 Modellierung des statischen Übertragungsverhaltens

Der Messwiderstand eines resistiven Sensors besteht aus einer Materialschicht, die eine reproduzierbare U - I -Kennlinie aufweist. Ist diese linear, wird die Steigung als elektrischer Widerstand R bezeichnet. Andernfalls kann der differentielle Widerstand als lokale Steigung angegeben werden. Beide Größen werden zwischen zwei elektrischen Anschlüssen T1 und T2 gemessen und im Fall von elektromechanischen Sensoren von dem tensoriellen mechanischen Dehnungs- oder Spannungsfeld ε bzw. σ verändert. Als Vermittler der Größen wirken die vektorielle elektrische Feldstärke \vec{E} und die vektorielle Stromdichte \vec{J} . Die Verknüpfung von elektrischer Feldstärke und Stromdichte erfolgt über den spezifische Widerstand ρ in Form der MAXWELL'schen Materialgleichung $\vec{E} = \rho \vec{J}$. Führt man $\rho_{\varepsilon 0}$ als spezifischen Widerstand bei einem Referenzzustand ein, beispielsweise $\varepsilon = 0$, kann man schreiben [42–44]

$$\vec{E} = (\rho_{\varepsilon 0} + \Delta\rho) \vec{J} = (\rho_{\varepsilon 0} + \Pi' \sigma) \vec{J}; \quad [\Pi'] = \frac{\Omega \text{ m}}{\text{Pa}} \quad (\text{piezoresistive Form}); \quad (3.1)$$

$$= (\rho_{\varepsilon 0} + M' \varepsilon) \vec{J}; \quad [M'] = \Omega \text{ m} \quad (\text{elastoresistive Form}). \quad (3.2)$$

Im allgemeinen Fall sind \vec{E} und \vec{J} Vektoren in jedem Raumpunkt, ρ , ε und σ Tensoren zweiter Stufe und Π' und M' Tensoren vierter Stufe. Zur Auslegung von Sensoren ist es zweckmäßig, aus Π' bzw. M' den spezifischen Widerstand des unbelasteten Materials $\rho_{\varepsilon 0}$ auszuklammern, so dass sich

$$\Pi' = \Pi \rho_{\varepsilon 0}; \quad [\Pi] = 1 \frac{1}{\text{Pa}}; \quad (3.3)$$

$$M' = M \rho_{\varepsilon 0}; \quad [M] = \text{dimensionslos}; \quad (3.4)$$

ergibt.

Um den elektrischen Strom zu berechnen, verwendet man die Kontinuitätsgleichung und nimmt an, dass keine Veränderung der Ladungsträgerdichte auftritt (quasi-stationäre Näherung)

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0. \quad (3.5)$$

Mit der Potentialfunktion Φ und $\vec{E} = -\nabla\Phi$ ergibt sich für die piezoresistive Formulierung

$$\nabla \cdot [(\rho_{\varepsilon 0} + \Pi\sigma)^{-1} \vec{E}] = -\nabla \cdot [(\rho_{\varepsilon 0} + \Pi\sigma)^{-1} \nabla\Phi] = 0. \quad (3.6)$$

Diese Gleichung kann analytisch oder numerisch gelöst werden. Die Integration der Stromdichte in Richtung der Flächennormalen über die Fläche eines Anschlusses ergibt den Strom I zwischen beiden Anschlüssen unter Berücksichtigung des piezoresistiven Effekts.

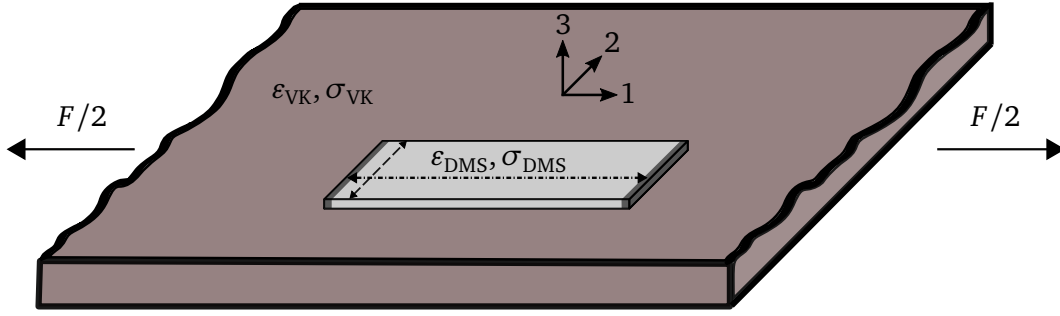


Abb. 3.1.: Definition der Koordinatenrichtungen für einen Dehnungsmessstreifen (DMS) im ebenen/biaxialen Spannungszustand auf einem Verformungskörper (VK) im uniaxialen Spannungszustand.

Häufig wird im Sensorbau durch die Geometrie des Verformungskörpers sichergestellt, dass dieser sich an der Grenzfläche zu den Dehnungsmessstreifen im ebenen Spannungszustand befindet, Abbildung 3.1. Ein Beispiel ist der einachsige Zugversuch, der auch bei der Ermittlung der Datenblattangaben von Dehnungsmessstreifen verwendet wird [45].

Zur Berechnung des Messeffekts geht man von einer in 1- und 2-Richtung sehr weit ausgedehnten Schicht des Verformungskörpers aus. Die mechanische Spannungskomponente $\sigma_1 = \sigma_l$ ist vorgegeben, alle anderen Spannungskomponenten sind vernachlässigbar klein. Der Spannungstensor des Verformungskörpers am Ort des Dehnungsmessstreifens ergibt sich damit in VOIGT-Notation zu, vgl. Anhang B,

$$\sigma_{VK} = [\sigma_l \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (3.7)$$

Zur Berechnung der Dehnung wird der Elastizitätsmodul nach YOUNG benötigt, hier mit Y bezeichnet, um Verwechslungen mit dem elektrischen Feld E zu vermeiden. Der Dehnungstensor enthält nur die drei translatorischen Dehnungen und kann verkürzt auf drei Komponenten angegeben werden

$$\varepsilon_{VK} = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T = \frac{1}{Y} [\sigma_l \ -\nu_{VK}\sigma_l \ -\nu_{VK}\sigma_l]^T. \quad (3.8)$$

Nimmt man vereinfachend an, dass die Zwischenschicht ideal ist und die Abmessungen des Messwiderstands in Richtung 1 und 2 viel größer als in Richtung 3 (Dicke) sind, dann wird die Dehnung in Richtung 1 und 2 ideal in den Messwiderstand übertragen. In Richtung 3 wirkt eine Kombination von ν_{VK} und ν_{DMS} , siehe die Herleitung in Anhang B.

$$\varepsilon_{DMS} = \frac{1}{Y} [\sigma_l \ -\nu_{VK}\sigma_l \ -\nu_{DMS} \frac{1-\nu_{VK}}{1-\nu_{DMS}} \sigma_l]^T. \quad (3.9)$$

Werden die beiden Anschlüsse T1 und T2 in Richtung 1 angeordnet und mit einem Strom gespeist, ergibt sich eine Stromdichte J_1 , während J_2 und J_3 vernachlässigt werden. Dies impliziert die Annahme einer sehr viel höheren Leitfähigkeit der Elektroden als des Messwiderstands sowie eine isotrope Leitfähigkeit des Messwiderstands. Aus Gleichung 3.6 folgt dann

$$\vec{E} = \frac{J_1 \rho_{\varepsilon 0}}{Y} \begin{bmatrix} Y + M_{11}\sigma_l - M_{12}\nu_{VK}\sigma_l - M_{13}\sigma_l \nu_{DMS} \frac{1-\nu_{VK}}{1-\nu_{DMS}} \\ M_{61}\sigma_l - M_{62}\nu_{VK}\sigma_l - M_{63}\nu_{DMS}\sigma_l \\ M_{51}\sigma_l - M_{52}\nu_{VK}\sigma_l - M_{53}\nu_{DMS}\sigma_l \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

An den Anschlüssen T1 und T2 in Richtung 1 ist die erste Komponente des elektrischen Felds messbar. Sie beschreibt im ersten Summanden das elektrische Feld ohne mechanische Dehnung. Der zweite Summand beschreibt die Dehnungsempfindlichkeit in 1-Richtung, die beiden weiteren Summanden die

Dehnungsempfindlichkeit in 2-Richtung (quer) und 3-Richtung (Dicke). Bei isotropem mechanischem Verhalten ist $\sigma_l/Y = \varepsilon_0$, und das an den Anschlüssen gemessene elektrische Feld ergibt sich zu

$$E_1 = J_1 \rho_{\varepsilon 0} \left(1 + M_{11} \varepsilon_0 - M_{12} \nu_{VK} \varepsilon_0 - M_{13} \varepsilon_0 \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}} \right). \quad (3.11)$$

Mit dieser Gleichung können aus Messungen bei drei unterschiedlichen σ_l bzw. ε_0 die Koeffizienten M_{11} , M_{12} und M_{13} bestimmt werden.

Gleichung 3.11 gilt für uniaxiale Belastung in Längsrichtung. Die Empfindlichkeit in diese Richtung kann als Faktor $k_{l,\text{piezoresistiv}}$ ausgedrückt werden:

$$k_{l,\text{piezoresistiv}} = \frac{d\rho}{\rho \varepsilon} = \frac{E_1 - J_1 \rho_{\varepsilon 0} Y}{J_1 \rho_{\varepsilon 0} \sigma_l} = M_{11} - M_{12} \nu_{VK} - M_{13} \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}}. \quad (3.12)$$

Auf dem gleichen Rechenweg kann mit der Vorgabe

$$\sigma_{VK} = [0 \quad \sigma_q \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (3.13)$$

die Empfindlichkeit k_q in Querrichtung berechnet werden:

$$k_{q,\text{piezoresistiv}} = \frac{E_1 - J_1 \rho_{\varepsilon 0} Y}{J_1 \rho_{\varepsilon 0} \sigma_q} = -M_{11} \nu_{VK} + M_{12} - M_{13} \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}}. \quad (3.14)$$

Daraus ergibt sich die Querempfindlichkeit q , definiert als Quotient k_q/k_l [45, 46]

$$q = \frac{k_q}{k_l} = \frac{-M_{11} \nu_{VK} + M_{12} - M_{13} \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}}}{M_{11} - M_{12} \nu_{VK} - M_{13} \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}}} \quad (3.15)$$

Bei einem Material mit isotropem elastoresistivem Effekt sind $M_{12} = M_{13} = 0$, und es ergibt sich $q = -\nu_{VK}$. MORTEN et al. [47] beschreiben einen ähnlichen Ansatz, aus dem sich das gleiche Ergebnis berechnen lässt. Seine Berechnung ist jedoch nicht vollständig, da die Richtungen von elektrischem Feld und Stromdichte nicht berücksichtigt werden, siehe Anhang A.

Zusätzlich zum piezoresistiven Effekt muss berücksichtigt werden, dass die mechanische Dehnung eine Formänderung hervorruft, das heißt, das Volumen ändert sich dehnungsabhängig. Die analytische Beschreibung in differentiellen Feldgrößen dieses Effekts ist jedoch sehr aufwändig: Aus dem mechanischen Deformationsgradienten muss eine Transformation von ortsfesten Koordinaten in Materialkoordinaten erfolgen, aus denen sich die aktuellen Abmessungen ergeben. Anschließend müssen die Verläufe der Stromdichte und des elektrischen Feldes in Materialkoordinaten berechnet werden. Aus dem Flächenintegral der Stromdichte in Richtung der Flächennormalen über die Grenzfläche zwischen Elektrode und Messwiderstand kann der Strom bestimmt werden. Zusammen mit den vorgegebenen Potentialen der Anschlüsse kann dann der integrale elektrische Widerstand berechnet werden. Diese Berechnung ist auch in modernen Softwarepaketen, welche die Finite-Elemente-Methode oder ähnliche Methoden verwenden, nicht direkt möglich. So ist beispielsweise in der Software Comsol Multiphysics (Comsol Multiphysics, Stockholm, Schweden) die Berechnung elektrischer Felder nur in ortsfesten Koordinaten vorgesehen.

Eine einfachere Betrachtung ergibt sich bei ausschließlicher Betrachtung der skalaren, integralen Größen. Ohne Dehnung berechnet sich der integrale Widerstand eines quaderförmigen Leiters der Länge l , des Querschnitts $A = bh$ und des spezifischen Widerstands ρ zu

$$R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{l}{bh}. \quad (3.16)$$

Berücksichtigt man eine Dehnung $\varepsilon = dl/l$, die durch eine Messgröße hervorgerufen wird, ergibt sich (ohne Berücksichtigung eines piezoresistiven Effekts) eine relative Widerstandsänderung $r = dR/R$:

$$R_0(1+r) = \rho \frac{l(1+\frac{dl}{l})}{bh(1+\frac{db}{b}+\frac{dh}{h}+\frac{db}{b}\frac{dh}{h})}. \quad (3.17)$$

Bei einem Sensor ist nur die Änderung um den Grundzustand interessant. Diese beschreibt man durch Normierung sowie Bildung des totalen Differentials

$$r = \left(\frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial A} dA \right) \frac{A}{\rho l} \quad (3.18)$$

$$= \left(\frac{l}{A} d\rho + \frac{\rho}{A} dl - \frac{\rho l}{A^2} dA \right) \frac{A}{\rho l} \quad (3.19)$$

$$= \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A}. \quad (3.20)$$

Die Empfindlichkeit des Sensors wird durch den k -Faktor beschrieben:

$$r = \underbrace{\frac{dl}{l} \left(1 - \frac{dA/A}{dl/l} \right)}_k + \frac{d\rho/\rho}{dl/l} = \varepsilon k. \quad (3.21)$$

Bei konstanter uniaxialer Längsdehnung ε_l ergibt sich aufgrund der Querkontraktion $dA/A = -2\nu\varepsilon$. Damit beträgt die Empfindlichkeit eines Messwiderstands in Längsrichtung unter uniaxialer Spannung ohne weitere mechanische Randbedingungen und unter Berücksichtigung von Gleichung 3.12:

$$k_{l,\text{uniaxial, Freitragend}} = 1 + 2\nu + \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon} \quad (3.22)$$

$$= 1 + 2\nu + k_{l,\text{piezoresistiv}} \quad (3.23)$$

$$= 1 + 2\nu + M_{11} - M_{12}\nu - M_{13}\nu. \quad (3.24)$$

Ist der quaderförmige Leiter auf einen Verformungskörper aufgebracht, der uniaxial gedehnt wird, ergibt sich:

$$k_{l,\text{uniaxial, VK}} = 1 + \nu_{VK} + \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}} + \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon} \quad (3.25)$$

$$= 1 + \nu_{VK} + \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}} + k_{l,\text{piezoresistiv}} \quad (3.26)$$

$$= 1 + \nu_{VK} + \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}} + M_{11} - M_{12}\nu_{VK} - M_{13}\nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}}. \quad (3.27)$$

Dabei wurde isotropes Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Verformungskörper und Dehnungsmessstreifen angenommen, jedoch Anisotropie im elastoresistiven Effekt berücksichtigt. Wird dieser auch isotrop angenommen, sind $M_{12} = M_{13} = 0$.

Diese bisherige Definition des k -Faktors wurden aus uniaxialen Spannungsfällen eines quaderförmigen Messwiderstands ohne und auf einem Verformungskörper abgeleitet. Es stellt sich die Frage, ob sie auch auf andere Belastungsfälle übertragbar ist. Hierzu wird als zweiter Belastungsfall die allseitige Druckeinleitung betrachtet. Diese bewirkt eine Volumenänderung $dV/V = p/Y(6\nu - 3)$, siehe Anhang B,

und man kann aufgrund der Messwerte von BRIDGMAN [10] eine lineare Abhängigkeit zwischen dV/V und der Widerstandsänderung dR/R_0 annehmen [48, 49]:

$$r = \beta_V \frac{dV}{V}. \quad (3.28)$$

Das führt zu der Überlegung, auch die Abhängigkeit des spezifischen Widerstands ρ von der Volumenänderung als linear anzunehmen:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta_\rho \frac{dV}{V}. \quad (3.29)$$

Unter allseitiger Druckeinleitung sind die Dehnungen in allen drei Raumrichtungen gleich, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon$. Damit wird Gleichung 3.18 zu

$$r = \varepsilon - \varepsilon - \varepsilon + \frac{d\rho}{\rho} = -\varepsilon + \frac{d\rho}{\rho}. \quad (3.30)$$

Einsetzen der Volumenkontraktion $dV/V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 3\varepsilon$ ergibt

$$\frac{dR}{R} = -\frac{1}{3} \frac{dV}{V} + \frac{d\rho}{\rho}. \quad (3.31)$$

Einsetzen von Gleichung 3.29 und Koeffizientenvergleich mit Gleichung 3.28 ergibt die Umrechnung zwischen beiden Faktoren [49, S. 72]

$$\beta_\rho = \beta_V + \frac{1}{3}. \quad (3.32)$$

STOCKMANN [49] berechnet β_ρ für ausgewählte Legierungen aus den Ergebnissen von BRIDGMAN [10], um mit diesen dann den k -Faktor bei uniaxialer Dehnung zu ermitteln. Im uniaxialen Fall ist $dV/V = (1-2\nu)\varepsilon$, anstatt $dV/V = 3\varepsilon$ bei allseitiger Druckeinleitung. Der k -Faktor berechnet sich daher für den uniaxialen Fall zu [49, S. 73]

$$k_{l,\text{uniaxialAusAllseitig}} = 1 + 2\nu + \beta_\rho \frac{dV}{V} \frac{1}{\varepsilon} = 1 + 2\nu + \beta_\rho (1 - 2\nu) = 1 + \beta_\rho + 2\nu(1 - \beta_\rho). \quad (3.33)$$

Koeffizientenvergleich mit Gleichung 3.27 ergibt $M_{11} = M_{12} = M_{13} = \beta_\rho$.

STOCKMANN vergleicht die so experimentell aus allseitiger Druckbelastung ermittelten und umgerechneten k -Faktoren mit experimentell ermittelten k -Faktoren des uniaxialen Spannungsfalls aus Experimenten von BERTODO [50] und anderen mit gezogenen Drähten. Dabei zeigen sich teilweise Übereinstimmungen im einstelligen %-Bereich, teilweise Abweichungen um 100 % und mehr. Eine Diskussion der Messunsicherheit der Experimente findet nicht statt. Man muss dennoch aufgrund der teilweise sehr großen Abweichungen schlussfolgern, dass die vorgestellten Berechnungen noch kein vollständiges Modell der Widerstandsänderung aufgrund geometrischer Verformung und des piezoresistiven Effekts darstellen. Experimentell ermittelte M oder k können nicht ohne weiteres auf einen anderen als den geprüften Spannungszustand übertragen werden. Ein möglicher Ansatz besteht darin, die implizite Annahme des isotropen $d\rho/\rho$ fallen zu lassen und alle Komponenten der Matrix M zu bestimmen. Ein weiterer Ansatz besteht darin, zusätzliche additive Anteile in $d\rho/\rho$ zu berücksichtigen. Dies wird physikalisch durch den Mechanismus der metallischen Leitung gerechtfertigt, der in Abschnitt 3.1.1 (dort besonders Gleichung 3.46) diskutiert wird.

Die bisherigen Gleichungen beschreiben das statische Übertragungsverhalten bei konstanter Temperatur. Wird der Messwiderstand allerdings einer Temperaturänderung $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ relativ zur Referenztemperatur ϑ_0 ausgesetzt, ergeben sich zusätzliche Effekte. Diese werden im Folgenden ohne Beschränkung der

Allgemeinheit mit einer linearen Näherung beschrieben. Die Erweiterung auf ein Polynom ist problemlos möglich.

Der spezifische Widerstand ρ weist eine Abhängigkeit von der Temperatur auf, dargestellt durch den Temperaturkoeffizienten α_ρ :

$$\rho(\vartheta_0 + \Delta\vartheta) = \rho(\vartheta_0)(1 + \alpha_\rho \Delta\vartheta). \quad (3.34)$$

Zusätzlich dehnt sich ein Messwiderstand bei zunehmender Temperatur aus, beschrieben durch den thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_ϑ , der auf jede Dimension wirkt. α_ρ und α_ϑ gemeinsam bewirken bei einem quaderförmigen Widerstand nach Gleichung 3.16 eine Änderung des Gesamtwiderstands und werden daher zum Temperaturkoeffizienten α_R zusammengefasst:

$$R = \rho(1 + \alpha_\rho \Delta\vartheta) \frac{l(1 + \alpha_\vartheta \Delta\vartheta)}{b(1 + \alpha_\vartheta \Delta\vartheta)h(1 + \alpha_\vartheta \Delta\vartheta)} = \rho \frac{l}{bh} \frac{(1 + \alpha_\rho \Delta\vartheta)}{(1 + \alpha_\vartheta \Delta\vartheta)} = \rho \frac{l}{bh} (1 + \alpha_R \Delta\vartheta) \quad (3.35)$$

mit

$$\alpha_R = \frac{\alpha_\rho - \alpha_\vartheta}{\alpha_\vartheta \Delta\vartheta + 1}. \quad (3.36)$$

Ist der Messwiderstand auf einem Verformungskörper aufgebracht, muss zusätzlich dessen thermischer Ausdehnungskoeffizient berücksichtigt werden. Die Überlagerung aller Effekte ergibt einen Faktor α_0 , der den Temperaturgang eines Messwiderstands auf einem Verformungskörper beschreibt. Ob α_0 konstant ist, muss für jede Technologie untersucht werden.

Auch die Empfindlichkeit des Messwiderstands gegenüber der Dehnung weist eine Temperaturabhängigkeit auf. Dies wird durch den Koeffizienten α_k beschrieben. Ist der Messwiderstand auf einem Verformungskörper aufgebracht, so muss zusätzlich die Temperaturabhängigkeit von dessen elastischen Koeffizienten berücksichtigt werden. Bei einem isotropen Material kann dies mit dem Temperaturkoeffizienten des E-Moduls α_Y geschehen. Das Zusammenwirken beider Temperaturabhängigkeiten ergibt einen Faktor α_B , der den Temperaturgang des Übertragungsfaktors von uniaxialer Spannung zu Widerstandsänderung des Messwiderstands auf einem Verformungskörper beschreibt. Durch Modifikation von Gleichung 3.21 erhält man

$$r = \frac{\sigma}{Y(1 + \alpha_Y \Delta\vartheta)} k(1 + \alpha_k \Delta\vartheta) = \frac{\sigma}{Y} k \frac{1 + \alpha_Y \Delta\vartheta}{1 + \alpha_k \Delta\vartheta} = \frac{\sigma}{Y} k(1 + \alpha_B \Delta\vartheta) = \varepsilon k(1 + \alpha_B \Delta\vartheta) \quad (3.37)$$

mit

$$\alpha_B = \frac{\alpha_Y - \alpha_k}{\alpha_k \Delta\vartheta + 1}. \quad (3.38)$$

Um beide kombinierten Koeffizienten, α_0 und α_k , zu berücksichtigen, kann man festlegen, dass die relative Widerstandsänderung r sich auf den Grundwiderstand bei der veränderten Temperatur $R_{\varepsilon 0}(\vartheta = \vartheta_0 + \Delta\vartheta)$ bezieht. Dies ist sinnvoll, da sich dann ohne anliegende Messgröße auch keine Widerstandsänderung ergibt, selbst bei temperaturbedingt verändertem Grundwiderstand. Mit der Abkürzung $R_{\varepsilon 0}(\vartheta = \vartheta_0) = R_{\varepsilon 0 \vartheta 0}$ ergibt sich aus dem Gleichungssystem

$$R_{\varepsilon 0}(\vartheta_0 + \Delta\vartheta) = R_{\varepsilon 0 \vartheta 0}(1 + \alpha_R \Delta\vartheta); \quad (3.39)$$

$$R(\vartheta_0 + \Delta\vartheta) = R_{\varepsilon 0}(\vartheta_0 + \Delta\vartheta)(1 + r(\Delta\vartheta)); \quad (3.40)$$

$$r(\vartheta_0 + \Delta\vartheta) = \varepsilon k(1 + \alpha_B \Delta\vartheta); \quad (3.41)$$

der Zusammenhang

$$R(\varepsilon, \Delta\vartheta) = \underbrace{R_{\varepsilon 0 \vartheta 0}}_{\text{Grundwiderstand ohne } \Delta\vartheta} + \underbrace{\alpha_R \Delta\vartheta R_{\varepsilon 0 \vartheta 0}}_{\text{Nullpunkt-abweichung durch } \Delta\vartheta} + \underbrace{\varepsilon k R_{\varepsilon 0 \vartheta 0} (1 + \alpha_B \Delta\vartheta) (1 + \alpha_R \Delta\vartheta)}_{\text{Empfindlichkeitsabweichung durch } \Delta\vartheta}. \quad (3.42)$$

Diese Formel stellt einen funktionalen Zusammenhang des Widerstands eines Dehnungsmessstreifens in Abhängigkeit der Dehnung sowie der Temperatur dar, wobei der Term εk ggf. an den konkreten Belastungsfall und die Technologie angepasst werden muss. Auf technologische Besonderheiten wird im Folgenden eingegangen.

3.1.1 Metallfolien-Dehnungsmessstreifen

Die aktuell als Dehnungsmessstreifen verkauften Produkte werden in der Mehrzahl aus Metallfolie hergestellt. Metallfolien-Dehnungsmessstreifen wurden in den Jahren 1948–52 erstmals von JACKSON als Weiterentwicklung von Dehnungsmessstreifen aus gezogenem Draht entwickelt und bestehen aus einem Messgitter, das auf eine Trägerschicht aufgebracht ist, Abbildung 3.2.

Metallfolien-Dehnungsmessstreifen werden hergestellt, indem die Metallfolie, zum Beispiel aus Konstantan oder Nickel-Chrom-Legierungen, auf eine Trägerfolie, zum Beispiel ein Polyimid oder Polyetheretherketon (PEEK), laminiert wird. Anschließend wird das Metall lithographisch strukturiert. Teilweise erfolgt ein Widerstandsabgleich durch Reduktion der Dicke der Metallfolie. Zum Schutz gegen Feuchtigkeit wird eine Schutzschicht auf das Messgitter aufgebracht, entweder durch Laminieren oder durch Siebdruck. Es folgt die Vereinzelung aus der Folie und eine Widerstandsprüfung.

Als Material des Messgitters werden deshalb Metalle genutzt, da sie eine hohe Streckgrenze, gute Bearbeitbarkeit und hohe elektrische Leitfähigkeit aufweisen. Abbildung 3.3 zeigt die relative Widerstandsänderung verschiedener Reinmetalle und Legierungen über der Dehnung bis in den plastischen Bereich der Werkstoffe. Der k -Faktor beträgt im elastischen Bereich - abgesehen von Nickel - zwischen 0,5 und 6, im plastischen Bereich bei allen Werkstoffen, außer Platin-Iridium, ca. 2. Die allgemein akzeptierte Schlussfolgerung bei Vergleich mit Gleichung 3.24 ist, dass piezoresistive Effekte im plastischen Bereich verschwinden sowie die Querkontraktionszahl auf 0,5 steigt und damit die Geometrieänderung die Widerstandsänderung verursacht [49, 50].

Die am häufigsten verwendeten Metalle sind Kupfer-Nickel-Legierungen, z.B. Konstantan, und Nickel-Chrom-Legierungen, z.B. Karma oder ModCo. Beide Legierungen weisen einen k -Faktor um 2 auf, also einen geringen piezoresistiven Anteil. Dies lässt sich damit erklären, dass ein ausgeprägter piezoresistiver Effekt mit einer Abhängigkeit von der Elektronenmobilität μ einhergeht, vergleiche Gleichung 3.47. Diese

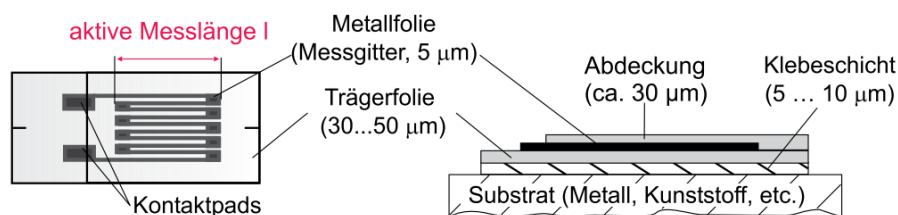


Abb. 3.2.: Aufbau eines DMS [7].

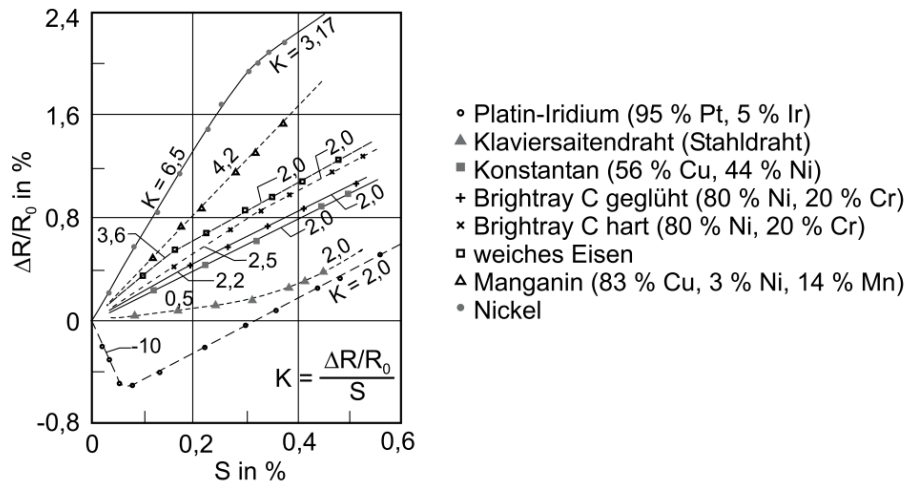


Abb. 3.3.: Relative Widerstandsänderung verschiedener Metalle und Legierungen, aufgetragen über der Dehnung, hier bezeichnet mit S . [7], nach Messwerten von [50].

ist jedoch stark temperaturabhängig, was auch die Temperaturabhängigkeit des Dehnungsmessstreifens erhöht. Man verzichtet also bewusst auf eine hohe Empfindlichkeit zugunsten geringer Temperaturabhängigkeit. Abbildung 3.4 zeigt am Beispiel von Kupfer-Nickel-Legierungen, wie sich spezifischer Widerstand und Temperaturkoeffizient verhalten. Der Temperaturkoeffizient kann durch zusätzliche Legierungsbestandteile, beispielsweise Mangan, Temperaturbehandlung und Walzprozesse während der Herstellung sehr fein eingestellt werden.

Eine einfache mathematische Beschreibung des k -Faktors wurde in Gleichung 3.24 vorgestellt. Für metallische Werkstoffe kann diese noch präzisiert werden. ARLT [51] zeigt, dass der spezifische Widerstand ρ in metallischen Leitern durch die volumenbezogene Dichte freier Elektronen n , die Elektronenmobilität μ sowie die Elementarladung e dargestellt werden kann:

$$\rho = \frac{1}{n\mu e}. \quad (3.43)$$

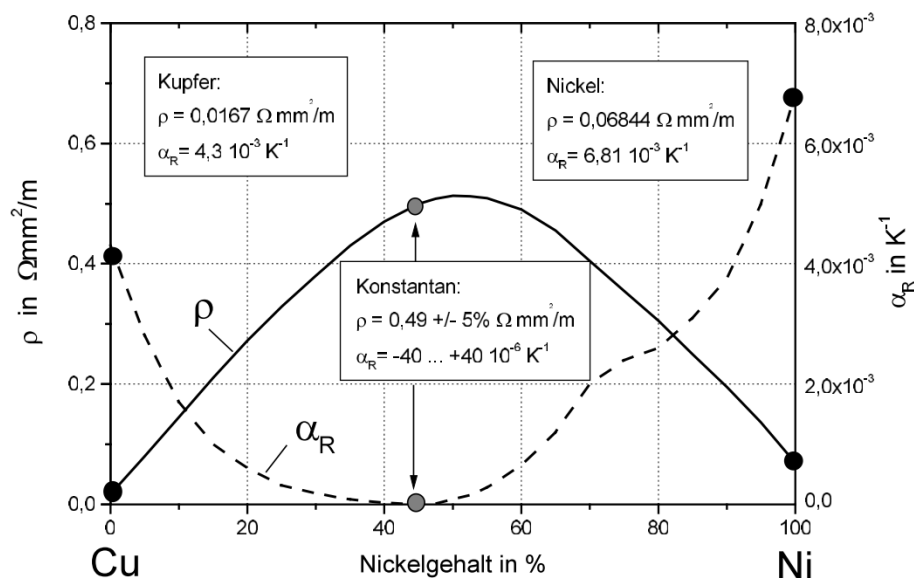


Abb. 3.4.: Spezifischer Widerstand ρ und Temperaturkoeffizient α_R von Kupfer-Nickel-Legierungen [49].

Da n eine volumenbezogene Dichte repräsentiert, verändert sich n , wenn ein Material mit Querkontraktionszahl $\nu < 0,5$ gedehnt wird. Daher führt man die Anzahl freier Ladungsträger pro Atom γ sowie die absolute Anzahl an Atomen N ein und erhält

$$\rho = \frac{V}{N\gamma\mu e}. \quad (3.44)$$

Im uniaxialen Spannungszustand beträgt die Volumenänderung eines linear-elastischen, isotropen Materials

$$\frac{dV}{V} = (1 - 2\nu)\varepsilon. \quad (3.45)$$

Normierung sowie Bildung des totalen Differentials von Gleichung 3.44 und Einsetzen von Gleichung 3.45 ergibt [51]:

$$\frac{d\rho}{\rho\varepsilon} = \frac{dV}{V\varepsilon} - \frac{d(\gamma\mu)}{\gamma\mu\varepsilon} = 1 - 2\nu - \frac{d(\gamma\mu)}{\gamma\mu\varepsilon}. \quad (3.46)$$

Dieses Verhältnis weist einen mechanischen Anteil, $(1 - 2\nu)$, sowie einen elektrischen Anteil auf. Eingesetzt in Gleichung 3.22 ergibt sich

$$k_{l,\text{Metalle}} = 1 + 2\nu + (1 - 2\nu) - \frac{d(\gamma\mu)}{\gamma\mu\varepsilon} = 2 - \frac{d(\gamma\mu)}{\gamma\mu\varepsilon}. \quad (3.47)$$

Es zeigt sich, dass der k -Faktor im eindimensionalen Spannungszustand bei Dominanz metallischer Leitung unabhängig von ν ist, der geometrische Anteil exakt 2 beträgt und der piezoresistive Anteil von der Anzahl der freien Ladungsträger sowie ihrer Beweglichkeit abhängt.

Die bisher gezeigten Gleichungen beziehen sich auf das Klemmenverhalten eines quaderförmigen Messwiderstands. Metallfolien-Dehnungsmessstreifen werden aus Metallen mit geringem Flächenwiderstand $< 10 \Omega/\square$ hergestellt. Zur Erzielung eines R_0 im Bereich von 100Ω bis 1000Ω – üblich sind 120Ω , 350Ω und 1000Ω – führt man den Dehnungsmessstreifen nicht quader- sondern mäanderförmig aus, Abbildung 3.2.

STOCKMANN [49] untersucht die Dehnungsübertragung in solchen Mäandern und unterteilt den Dehnungsmessstreifen dazu in Stege und Umlenkstellen. Er kommt zu dem Ergebnis, dass die durch einen Verformungskörper eingeleitete Dehnung in Hauptrichtung vollständig in die Stege übertragen wird, während die Querdehnung mit den Übertragungsfaktoren B_S in die Stege und B_U in die Umlenkstellen übertragen wird.

Um zu einer mathematischen Beschreibung zu kommen, verwendet er zunächst die von BRIDGMAN experimentell ermittelten Konstanten β_V , welche die Abhängigkeit der Widerstandsänderung von der Volumenänderung beschreiben. Er stellt dann einen anisotropen Ansatz auf, der unterschiedliche Konstanten β_l in Längs- und β_q in Querrichtung sowie den isotropen Fall $\beta_l = \beta_q = \beta_V$ als Sonderfall berücksichtigt. Bezeichnen ν die Querkontraktionszahl des Mäandermaterials, R_S den summierten Widerstand aller Stege,

R_U den summierten Widerstand aller Umlenkstellen und ε_l und ε_q die Dehnungen des Verformungskörpers, so lautet sein Ansatz unter Vernachlässigung plastischer Deformationen [49, S. 83]

$$\begin{aligned}
 r = \varepsilon_l k_l + \varepsilon_q k_q = \varepsilon_l \left\{ \underbrace{\left[2\nu(1 - \beta_q) + \beta_l + 1 \right] \frac{R_S}{R_0}}_{\text{Längsdehnung der Stege aufgrund der Längsdehnung des Verformungskörpers}} + \underbrace{\frac{\nu(2\nu - 1)}{1 - \nu} (1 - \beta_q) B_S \frac{R_S}{R_0}}_{\text{Querdehnung der Stege aufgrund der Längsdehnung des Verformungskörpers}} \right\} \\
 + \varepsilon_q \left\{ \underbrace{\left[\frac{\nu}{1 - \nu} (1 - \beta_q) + \beta_q - 1 \right] B_S \frac{R_S}{R_0}}_{\text{Querdehnung der Stege aufgrund der Querdehnung des Verformungskörpers}} + \underbrace{2B_U \frac{R_U}{R_0}}_{\text{Querdehnung der Umlenkstellen aufgrund der Querdehnung des Verformungskörpers}} \right\}. \quad (3.48)
 \end{aligned}$$

STOCKMANN ermittelt für Konstantan experimentell im einachsigen Spannungszustand $\beta_l = 0,97$ und $\beta_q = 0,82$ [49, S. 95], BRIDGMAN bei allseitiger Druckbelastung $\beta_V = 1,04$. Die Messunsicherheit wird von beiden Autoren nicht angegeben. Unter der Annahme, dass die Umlenkstellen 2 % des Gesamtwiderstands ausmachen [49, S. 33] ($R_U/R_0 = 0,02$, $R_S/R_0 = 0,98$), einer Querkontraktionszahl von $\nu = 0,285$ und vollständiger Übertragung der Dehnung in den Mäander ($B_S = B_U = 1$) ergeben sich mit Gleichung 3.48 k -Faktoren von 2,00 (mit β_l , β_q aus einachsigem Spannungszustand) bzw. 1,98 ($\beta_l = \beta_q = \beta_V$ aus allseitiger Druckbelastung).

Aus Gleichung 3.48 können k_l und k_q direkt abgelesen werden. Zu jeder Charge von Dehnungsmessstreifen wird ebenfalls ein k -Faktor angegeben. Dieser Wert wird allerdings experimentell nach VDI/VDE 2635 [45] bestimmt und nicht berechnet. Die Bestimmung erfolgt auf einem Referenzprobenkörper mit der Querkontraktionszahl $\nu_0 = 0,285 \pm 0,010$ nach der Bestimmungsgleichung $k = r/\varepsilon$. Daraus folgt, dass eine vergleichende Berechnung von k mittels Gleichung 3.48 erfolgen kann durch

$$k = k_l + 0,285k_q. \quad (3.49)$$

Als zweite wichtige Kennzahl ist bei Dehnungsmessstreifen die Querempfindlichkeit q angegeben, definiert als

$$q = \frac{k_q}{k_l}. \quad (3.50)$$

Die Berechnung aus Gleichung 3.48 ist direkt durchführbar. Zur experimentellen Bestimmung werden spezielle Probenkörper verwendet, bei denen in der „Ebene der Messoberfläche eine Hauptdehnung [...] praktisch verschwindet“ [45]. Um dies zu quantifizieren wird festgelegt, dass die Hauptdehnung den Betrag von $(5 \pm 1) \mu\text{m}/\text{m}$ bei Aufbringung einer Querdehnung von $1000 \mu\text{m}/\text{m}$ nicht überschreiten darf. Vereinfachend wird der vorher ermittelte k -Faktor $k \approx k_l$ gesetzt und q nach

$$q = \frac{k_q}{k} = \frac{r}{\varepsilon k} \quad (3.51)$$

bestimmt. Handelsübliche Dehnungsmessstreifen weisen 1 % bis 2 % Querempfindlichkeit auf. Zum Vergleich sind in Abbildung 3.5 k und q nach Gleichung 3.48 berechnet. Die Ergebnisse zeigen, dass handelsübliche Dehnungsmessstreifen ein Widerstandsverhältnis von ca. $R_S/R_0 = 99\%$ aufweisen. Weiterhin

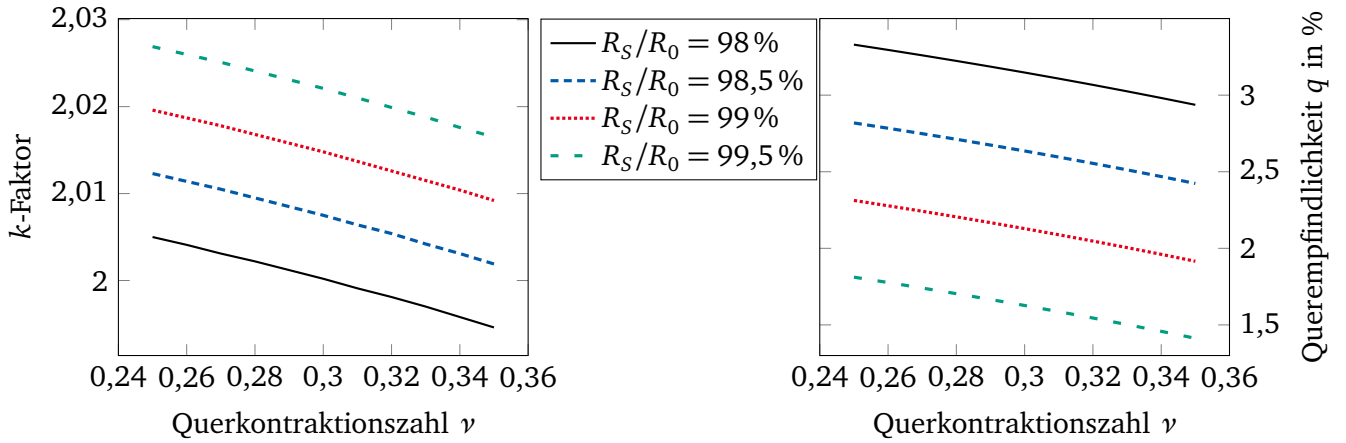


Abb. 3.5.: k -Faktor und Querempfindlichkeit q aufgetragen über der Querkontraktionszahl ν des Mäandermaterials und dem Anteil der Stege am Gesamtwiderstand R_S/R_0 . Zur Berechnung wurden k_l und k_q nach Gleichung 3.48 bestimmt, der k -Faktor nach Gleichung 3.49 sowie die Querempfindlichkeit nach Gleichung 3.50. Angenommen wurde $\beta_l = \beta_q = 1,04$, $B_S = B_U = 1$, $R_U/R_0 = 1 - R_S/R_0$.

erkennt man am Vergleich mit q für isotrope quaderförmige Messwiderstände, Gleichung 3.15, dass die Mäandrierung q verringert.

Zur Korrektur einer gemessenen Dehnung mit den Herstellerangaben k und q kann man eine einfachere Formel verwenden. Um den korrigierten Wert $\varepsilon_{l,korr}$ zu berechnen, setzt man die gemessene Dehnung $\varepsilon_{l,meas}$ sowie die gemessene oder berechnete Querdehnung (z.B. aus der Querkontraktionszahl des Verformungskörper) ε_q in

$$\varepsilon_{l,korr} = \frac{k}{1 - q \nu_0} (\varepsilon_{l,meas} + q \varepsilon_q). \quad (3.52)$$

ein [46, 49].

Dieses Modell berücksichtigt jedoch noch keine Temperatureffekte. Das Temperaturverhalten eines Dehnungsmessstreifen wird vom Hersteller für jede Charge angegeben, siehe das Beispiel in Abbildung 3.6. Zum Einen wird das Verhalten des k -Faktors angegeben. Es verläuft für Konstantan und Karma linear über der Temperatur und wird rechnerisch mit dem Temperaturkoeffizienten der Empfindlichkeit α_B beschrieben. Zum Anderen wird das thermische Ausgangssignal angegeben, früher auch „scheinbare Dehnung“ genannt. Es gibt das zu erwartende Ausgangssignal des Dehnungsmessstreifen über Temperatur ohne Dehnung an, also α_R . Wie aus Abbildung 3.6 ersichtlich, ist für Metallfolien-Dehnungsmessstreifen ein linearer Ansatz nicht ausreichend, stattdessen wird von den Herstellern ein Polynom vierter Ordnung angegeben. Die Werte sind aber sehr klein und liegen zwischen 0 °C und 150 °C bei 5 E – 6/K bis 10 E – 6/K.

Das thermische Ausgangssignal, angegeben als Dehnung $\varepsilon_{TO} = r_{TO}/k_{Ref}$ mit $k_{Ref} = 2$, wird durch den Mehrschichtverbund Messgitter, Trägerfolie, Verformungskörper hervorgerufen, da alle diese Materialien unterschiedliche thermische Ausdehnungskoeffizienten aufweisen. Ein gängiger Ansatz zur Berechnung des thermischen Ausgangssignals ist nach [4, 52]

$$r_{TO} = \underbrace{\alpha_R \Delta \vartheta}_{\text{elektrischer Anteil}} + \underbrace{k \left(\frac{1+q}{1-q \nu_0} \right) (\alpha_{VK} - \alpha_{MG}) \Delta \vartheta}_{\text{mechanischer Anteil}}. \quad (3.53)$$

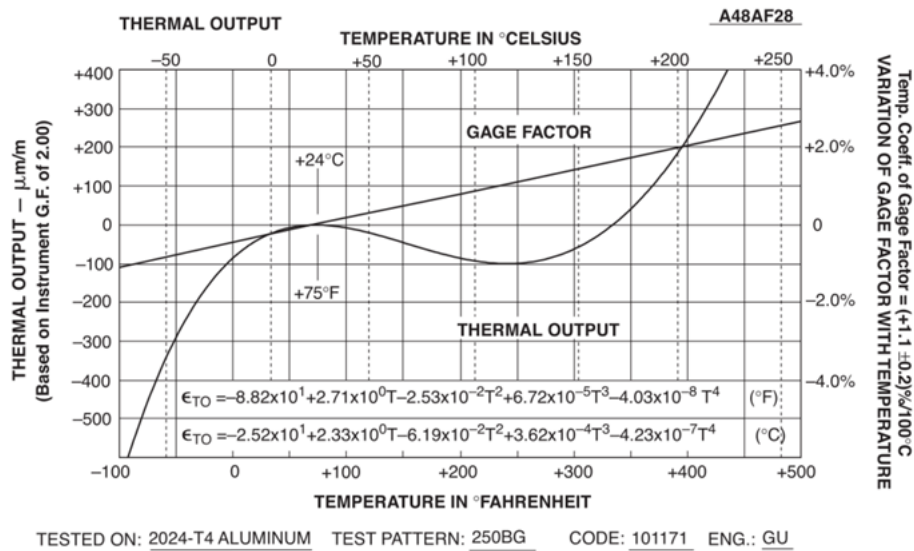


Abb. 3.6.: Beispiel für die Temperaturabhängigkeit des k -Faktors und das thermische Ausgangssignal eines Dehnungsmessstreifen [52].

Er liefert jedoch lediglich einen linearen Ansatz, der offensichtlich nicht die Kurvenform widerspiegelt. Die linearen Koeffizienten α_R , α_{VK} und α_{MG} müssten durch nichtlineare Ansätze ausgetauscht werden. Veröffentlichungen hierzu sind dem Autor nicht bekannt. Entsprechendes Wissen muss jedoch bei den Dehnungsmessstreifen-Herstellern vorhanden sein. Sie nutzen nämlich explizit die Einstellbarkeit von α_{MG} durch Produktionsparameter, um sogenannte selbstkompensierende Dehnungsmessstreifen herzustellen, Abbildung 3.7. Diese sind auf einen bestimmten Ausdehnungskoeffizienten des Verformungskörpers angepasst und gelten aktuell als Standard.

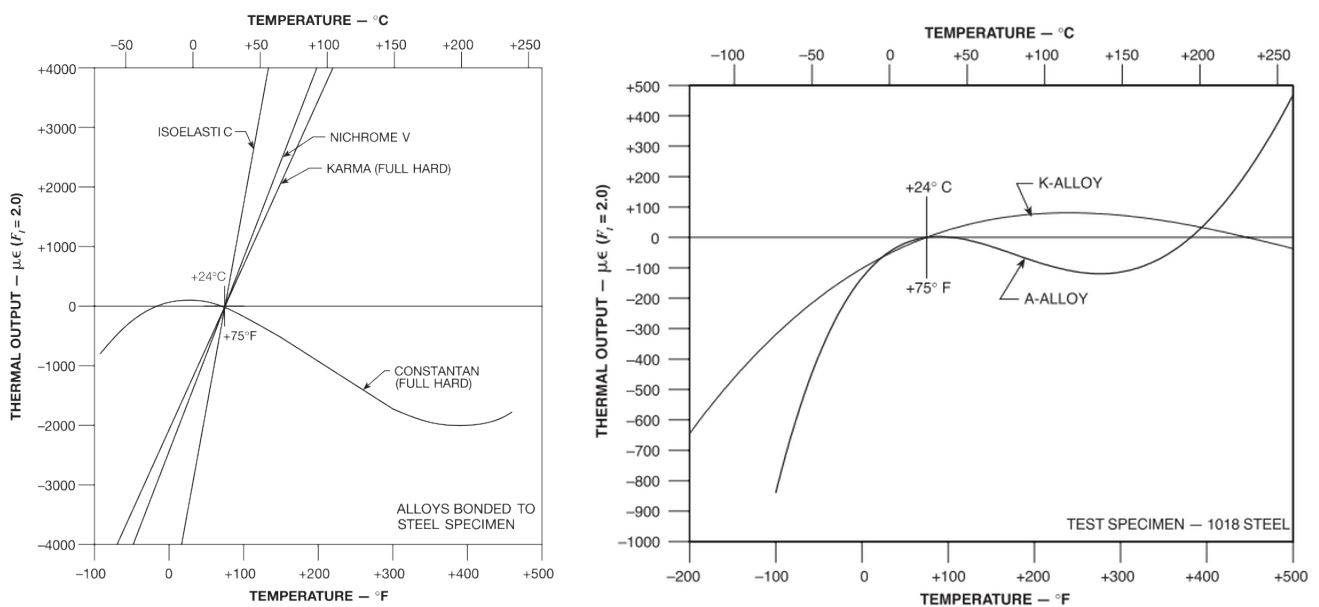


Abb. 3.7.: Vergleich der Temperaturabhängigkeit des Nullpunkts zwischen verschiedenen Rohlegierungen der Dehnungsmessstreifen-Produktion (links) und den daraus hergestellten Legierungen von selbstkompensierenden Dehnungsmessstreifen (rechts). A-Alloy bezeichnet eine Konstantan-Verfeinerung, K-Alloy eine Karma-Verfeinerung [52].

Der Temperaturkoeffizient α_B und das thermische Ausgangssignal können durch Modifikation von Gleichung 3.52 in das Modell eingefügt werden:

$$\varepsilon_{l,korr} = \frac{k(1 + \alpha_B)}{1 - q \nu_0} (\varepsilon_{l,meas} + q \varepsilon_q) + \frac{k_{Ref}}{k(1 + \alpha_B)} \varepsilon_{TO}. \quad (3.54)$$

3.1.2 Dünnfilm-Dehnungsmessstreifen

Durch mikrotechnische Beschichtungsprozesse wie Aufdampfen oder Sputtern können Schichten mit weniger als 1 μm Dicke erzeugt werden. Bei der Abscheidung dieser Dünnfilme ergibt sich nicht immer eine homogene Schicht des abgeschiedenen Materials. Vielmehr entstehen in Abhängigkeit von Prozessparametern, insbesondere dem Verhältnis von Substrattemperatur zur Schmelztemperatur des abgeschiedenen Materials, verschiedene Materialkonglomerate. THORNTON [53] unterscheidet vier Zonen, Abbildung 3.8. Schichten nach Zone 1 entstehen, wenn die Substrattemperatur niedrig ist, so dass keine Diffusionsprozesse auftreten und auftreffende Moleküle an Ort und Stelle verbleiben. Es ergeben sich einzelne Konglomerate, die nur sehr schwach, wenn überhaupt, miteinander verbunden sind. Mit steigender Substrattemperatur verstärken sich Diffusionsprozesse auf der Oberfläche des Substrats. Die Konglomerate beginnen sich zu verbinden, wobei abgegrenzte säulenartige Strukturen entstehen. Je weiter die Substrattemperatur erhöht wird, desto stärker wachsen die Konglomerate zusammen und ergeben eine zunehmend regelmäßige Säulenstruktur, dies ist als Zone 2 beschrieben. Zwischen beiden Zonen existiert unter bestimmten Prozessbedingungen eine Übergangszone, Zone T, bei der sich faserartige Konglomerate mit Abständen in der Größenordnung 10 nm ergeben. Zone 3 beschreibt schließlich Prozessbedingungen, die neben einer Oberflächendiffusion auch eine Diffusion im Material aktivieren. Unter diesen Bedingungen ergibt sich eine polykristalline Struktur mit Korngrenzen, wie sie sich auch beim Herstellen von Rohlingen aus der Schmelze ergibt.

Interessant für sensorische Anwendungen sind Zone 3 und Zone T. Zone 3 ergibt aufgrund der polykristallinen Struktur mit Korngrenzen ein Verhalten sehr ähnlich zu Metallfolien. Entsprechende Dehnungsmessstreifen werden in Abschnitt 3.1.2.1 beschrieben. Filme nach Zone T werden auch als „diskontinuierliche Dünnfilme“ beschrieben [27], da sich keine kristalline Struktur ausbildet. Dies ermöglicht Dehnungsmessstreifen mit neuartigen Eigenschaften gegenüber den etablierten Technologien, sie werden in Abschnitt 3.1.2.2 beschrieben.

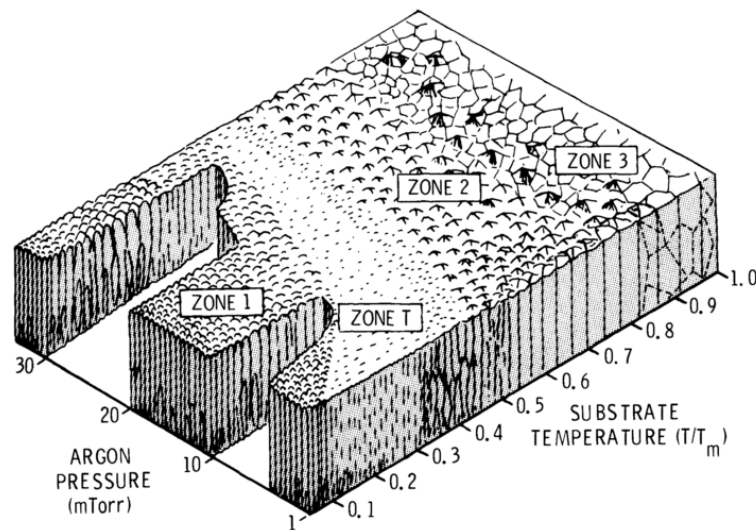


Abb. 3.8.: Zonenmodell nach THORNTON zur qualitativen Beschreibung der entstehenden Schichtstruktur in Abhängigkeit der Prozessparameter bei der Abscheidung von dünnen Schichten [53].

3.1.2.1 Polykristalline Dünnschichten

Polykristalline Dünnschichten werden auf Verformungskörper aus Stahl aufgebracht. Typisch wird auf den Verformungskörper durch Beschichtungsprozesse eine polykristalline Isolierschicht aus Al_2O_3 , SiO_2 oder Si_3N_4 von etwa $5\text{ }\mu\text{m}$ bis $50\text{ }\mu\text{m}$ Dicke aufgebracht. Auf diese Isolierschicht wird flächig die Widerstandsschicht aus CrNi oder TaN mit Dicken unter $1\text{ }\mu\text{m}$ und Flächenwiderständen von $100\text{ }\Omega/\square$ bis $1000\text{ }\Omega/\square$ prozessiert. Anschließend wird eine Leitbahnschicht aus Al, FeNi, Pt oder Au wiederum flächig aufgebracht. Zuletzt werden beide Schichten nacheinander lithographisch strukturiert und durch eine anorganische Schutzschicht abgedeckt. Es folgt ein Abgleich, bei dem fertigungsbedingte Unterschiede der einzelnen Dehnungsmessstreifen durch Laserablation ausgeglichen werden. Zuletzt wird meist eine zusätzliche Schutzschicht aus Silikon oder Polymer per Siebdruck aufgebracht. Abbildung 2.3 zeigt das Ergebnis der Fertigung [4, 54, 55].

Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen mit dominierender metallischer Leitung weisen generell Eigenschaften auf, die denen von Metallfolien-Dehnungsmessstreifen vergleichbar sind. Ein Unterschied ist die Isolierschicht: Sie besteht bei Dünnschicht-Dehnungsmessstreifen aus Al_2O_3 , SiO_2 oder Si_3N_4 im Gegensatz zu Polyimiden oder PEEK bei Metallfolien-Dehnungsmessstreifen. Die Isolierschicht weist daher wesentlich höheres E-Modul auf als bei Metallfolien-Dehnungsmessstreifen. Da sie jedoch flächig (nicht strukturiert) aufgebracht wird, wird die Dehnungsübertragung im Bereich des Dünnschicht-Dehnungsmessstreifens als homogen angenommen. Je nach Dicke muss die Isolierschicht jedoch bei der Auslegung des Verformungskörpers beachtet werden, da sie das Übertragungsverhalten von Messgröße zu Dehnung beeinflusst.

Der k -Faktor liegt im Bereich von 2. Grundwiderstände von $3\text{ k}\Omega$ bis $8\text{ k}\Omega$ sind üblich, dies bedingt bei den gegebenen Flächenwiderständen eine Mäandrierung des Messwiderstands. Durch die Mäandrierung liegt die Querempfindlichkeit q bei wenigen %. Der Temperaturkoeffizient des Nullpunkts α_0 kann auf $0\text{ E} - 6/\text{K}$ bis $100\text{ E} - 6/\text{K}$ eingestellt werden [4, 55–57]. Der Temperaturkoeffizient des Übertragungsfaktors α_B wird wesentlich durch den des E-Moduls des Verformungskörpers α_Y bestimmt [55, S. 456]. Dieser liegt für Stähle im Bereich $-400\text{ E} - 6/\text{K}$. CrNi-Widerstände weisen allerdings einen negativen Wert von α_k auf, daher kann durch Abstimmen der Prozessparameter eine weitgehende Kompensation von α_Y erreicht werden. Es verbleiben Werte für α_B von ca. $\pm 50\text{ E} - 6/\text{K}$.

3.1.2.2 Nicht-kristalline Dünnschichten

Im Gegensatz zur Leitung durch freie Elektronen dominiert in Zone T die Leitung durch Tunneleffekte. HERRMANN et al. [28] beschreiben, dass der Tunnelwiderstand R_T proportional zu einer Exponentialfunktion der zu durchtunnelnden Distanz l und einem materialabhängigem Faktor β ist:

$$R_T \propto e^{\beta l}. \quad (3.55)$$

β wird durch den organischen sogenannten „Linker“ zwischen den Konglomeraten bestimmt und liegt in der Größenordnung $10/\text{nm}$. Aus einer Abhängigkeit des Widerstands von der zu durchtunnelnden Distanz resultiert eine Widerstandsänderung bei Dehnung. Diese kann unter Berücksichtigung des Durchmessers der Konglomerate d mit einem Faktor $g = \beta(d + l)$ als Exponentialfunktion angegeben werden. Für kleine Dehnungen kann diese linearisiert werden

$$\frac{dR}{R} = e^{g\varepsilon} - 1 \approx g\varepsilon. \quad (3.56)$$

Aus dem Faktor g ergibt sich, dass eine größere Tunneldistanz auch eine höhere Widerstandsänderung und damit Empfindlichkeit des Sensors zur Folge hat. Aus Plausibilitätsüberlegungen muss es einen

entgegengesetzten Effekt geben. Dieser besteht in der Wahrscheinlichkeit dass ein Ladungsträger die Potentialbarriere überwindet. Abbildung 3.9 zeigt die Empfindlichkeit eines auf diesem Effekt basierenden Sensors. Anhand der erzielten Messpunkte ist die Wahrscheinlichkeit des Tunnelns ersichtlich. Je höher die Dehnung wird, desto größer wird die Tunneldistanz und desto geringer die Wahrscheinlichkeit, einen solch hohen Effekt zu beobachten. Basierend auf diesem Effekt werden immer wieder sehr hohe k -Faktoren berichtet, auf Nachfrage bei den Autoren ist die Reproduzierbarkeit des Effekts jedoch sehr schlecht.

3.1.3 Dickfilm-Dehnungsmessstreifen

Dickfilm-Dehnungsmessstreifen werden aus Pasten aus anorganischem Pulver, gelöst in einer isolierenden Matrix, hergestellt. Die Paste wird per Siebdruck aufgebracht und anschließend gesintert. Die entstehenden Schichten weisen Dicken von $5\text{ }\mu\text{m}$ bis $50\text{ }\mu\text{m}$ auf [55, S. 290]. Bei der Herstellung wird je nach Substrat zunächst per mehrmaligem Siebdruck eine Isolierschicht aufgebracht, der angestrebte Isolationswiderstand liegt bei $> 500\text{ M}\Omega$. Nach dem Sintern dieser Schicht werden die Leitbahnen aus Au, Pt, PdAg o.Ä. aufgedruckt. Nach nochmaligem Sintern erfolgt der Druck der Messwiderstände. Es folgt ein Widerstandstest sowie ein Abgleichschritt, beispielsweise per Laserablation. Zuletzt werden die Widerstände mit einer Schutzschicht, dem sogenannten Overglaze abgedeckt.

Für den Sinterprozess wird in der Regel ein Durchlaufofen verwendet, der bei einer Gesamtdurchlaufzeit von 60 bis 90 min Temperaturprofile mit ca. $850\text{ }^{\circ}\text{C}$ Spitztemperatur erzeugt. Die Verweilzeit bei Spitztemperatur beträgt etwa 10 min. Das verwendete Temperaturprofil in jedem Sinterprozess beeinflusst stark das Herstellungsergebnis.

Von den Herstellern der Widerstandspasten erhält man empfohlene Kombinationen von Isolier-, Leitbahn- und Widerstandspaste. Die verwendete Pastenkombination beeinflusst signifikant das Herstellungsergebnis, da durch das Sintern Diffusionsprozesse zwischen den Materialien begünstigt werden.

Bezüglich der Inhaltsstoffe der Widerstandspasten zeigt sich, dass $\text{Bi}_2\text{Ru}_2\text{O}_7$, RuO_2 und $\text{Pb}_2\text{Ru}_2\text{O}_7$ geeignete Metallpulver sind. Die Metallpulverpartikel weisen Größen von 10 nm bis 200 nm auf und sind in eine Pb-Borosilikat-Matrix mit Partikelgrößen von $1\text{ }\mu\text{m}$ bis $3\text{ }\mu\text{m}$ eingebettet [58]. Sie weisen lineares Übertragungsverhalten mit k -Faktoren zwischen 8 und 15 auf, Abbildung 3.10. Gleichzeitig zeigt sich, dass der k -Faktor stark von der Pulverkonzentration im Fluid bzw. dem avisierten Schichtwiderstand abhängt.

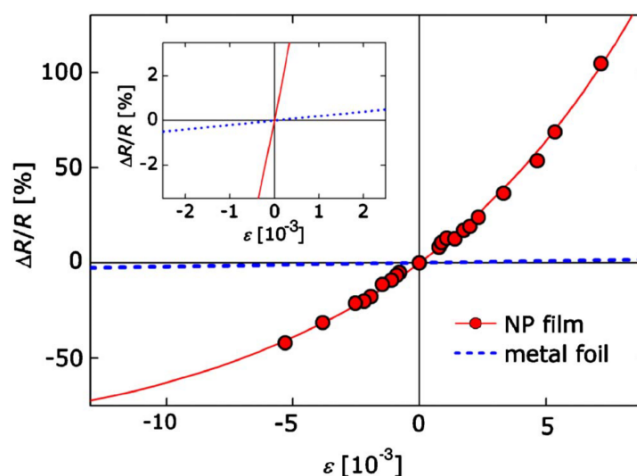


Abb. 3.9.: Vergleich der Dehnungsabhängigkeit eines nicht-kristallinen Dünnsfilms mit Nanopartikeln (NP) mit der eines Metallfolien-Dehnungsmessstreifens [28].

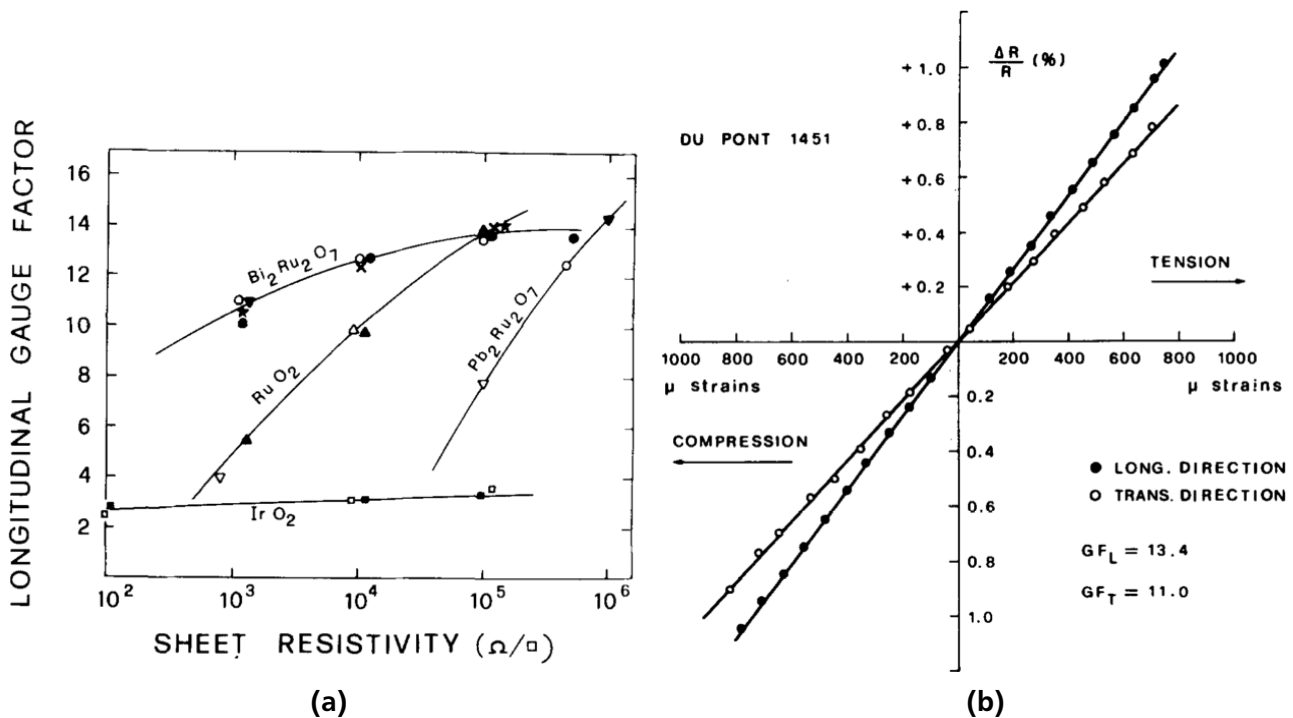


Abb. 3.10.: k -Faktor und relative Widerstandsänderung von Dickfilm-Dehnungsmessstreifen. (a) k -Faktor aufgetragen über Schichtwiderstand für verschiedene Pastenbestandteile [25]. (b) Widerstandsänderung über Dehnung eines Dickschicht-Widerstands, gesintert aus DuPont 1451 Paste [24].

Aufgrund der in Abbildung 3.10 gezeigten Abhängigkeit werden gegenwärtig Pasten mit $10 \text{ k}\Omega/\square$ Schichtwiderstand verwendet. Tabelle 3.1 zeigt die Eigenschaften verfügbarer Pasten. Der exakte Widerstandswert hängt allerdings stark von der tatsächlichen Prozessführung, dem Substratmaterial sowie verwendetem Dielektrikum und Overglaze ab, Tabelle 3.2.

Bereits bei den ersten Untersuchungen Ru-basierter Pasten fiel CHEN et al. [60] ein ausgeprägtes $1/f$ -Rauschen auf. Daher wird bei Pasten und Sensoren meist auch das zu erwartende Rauschen angegeben. In der Dickfilmtechnik hat sich ein Wert etabliert, zu dessen Ermittlung früher Analysatoren der Firma Quan-Tech genutzt wurden. Er wird daher häufig als Quan-Tech-Noise oder Rausch-Index (noise index NI) bezeichnet. Der Wert wird, normiert auf die Speisespannung, in $[U_{\text{TF,noise}}] = \mu\text{V/V}$ gemessen und in dB angegeben:

$$U_{\text{TF,noise,dB}} = 20 \log(U_{\text{TF,noise}}). \quad (3.57)$$

Übliche Werte für Dickfilm-Sensoren liegen bei -20 bis 0 dB, reine Drahtwiderstände mit ausschließlich thermischem Rauschen zeigen ca. -50 dB [56].

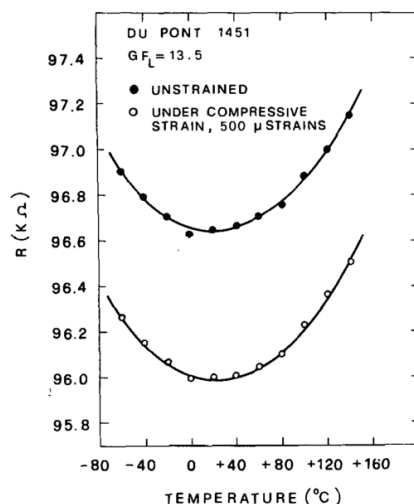
Tabelle 3.1.: Parameter aktueller Pasten zur Herstellung von Dickschicht-Widerständen auf Sensoren. Gezeigt sind jeweils die Varianten mit $10 \text{ k}\Omega/\square$ (Angaben aus Datenblättern der Hersteller).

	DuPont 2041	ESL R-314-A	ESL 3414	Heräus R8941
Toleranz des Grundwiderstands	$\pm 10\%$	$\pm 10\%$	$\pm 10\%$	$\pm 10\%$
α_R in ppm/K	≤ 75	0 ± 50	0 ± 100	0 ± 100
Rauschen nach Gleichung 3.57	-17	-10	0 bis 6	-10
max. Leistung in mW/mm^2	240	300	k.A.	910

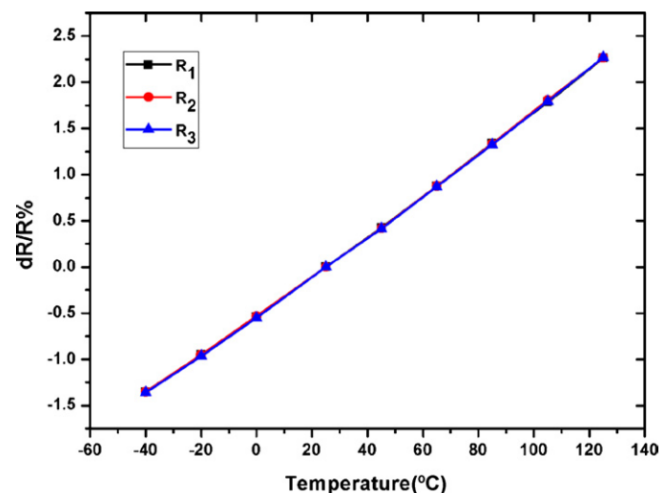
Tabelle 3.2.: Übersicht von Grundwiderständen, Temperaturkoeffizient, Rauschen und k -Faktor von zwei Pasten auf verschiedenen Substraten [59].

Widerstandspaste	Material des Verformungskörpers	R in $k\Omega/\square$	$\alpha_{R,c}$ in $E-6/K$	$\alpha_{R,h}$ in $E-6/K$	Rauschindex in dB	k -Faktor
DuPont 2041	Al_2O_3	6.70	-35	20	-23.4	11
	ZrO_2	5.75	105	150	-21.6	10
	LTCC	9.46	-90	-30	-19.1	12.5
	Steel/QM-42	7.7	35	95	-18.3	8
	Steel/D-4914	6.4	60	110	-17.3	7.5
	Steel/IP-222-SL	6.7	50	110	-18.7	7.5
ESL 3413-B	Al_2O_3	1.95	-60	-30	-5.1	13
	ZrO_2	1.10	95	125	-8.7	14
	LTCC	22.6	-260	220	0.53	26.5
	Steel/QM-42	1.9	-2.4	-20	5	11
	Steel/D-4914	2.6	-0.60	-20	0	13.0
	Steel/IP-222-SL	3	-1.40	-60	-40	11.5

Die Temperaturkoeffizienten von Dickschicht-Widerständen wurden bei den ersten Untersuchungen auf keramischem Substrat, Al_2O_3 , gemessen. Es ergab sich eine Parabel mit einem Minimum bei ca. 320 K. Diese Parabelform ist allerdings zum Großteil durch den temperaturabhängigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Substrats verursacht [61]. Auf anderen Substraten, beispielsweise Stahl, ergibt sich eine nahezu lineare Abhängigkeit, Abbildung 3.11. Dennoch werden aufgrund dieser Parabelform meist zwei Temperaturkoeffizienten angegeben, einer für den „kalten“ (CTCR oder $\alpha_{R,c}$) und einer für den „heißen“ Bereich (HTCR oder $\alpha_{R,h}$).



(a) Al_2O_3 -Keramik



(b) Stahl

Abb. 3.11.: Temperaturabhängigkeit von Dickfilm-Dehnungsmessstreifen auf zwei verschiedenen Substraten. (a) Temperaturgang eines Widerstands, hergestellt aus der Paste DuPont 1451 auf Al_2O_3 -Keramik [24]. (b) Temperaturgang dreier Widerstände, hergestellt aus der Paste Heräus R8241 auf rostfreiem Stahl 430 [62].

3.1.4 Halbleiter-basierte Dehnungsmessstreifen

Seit der Entdeckung von SMITH [19], dass dotiertes Silizium und Germanium in Scherrichtung eine besonders hohe Widerstandsänderung aufgrund mechanischer Spannung aufweisen, ist Silizium ein wichtiges Funktionsmaterial der elektromechanischen Messtechnik. Dies hat neben dem elektromechanischen Wandlungsverhalten auch Gründe im mechanischen Verhalten des Siliziums: Es kann großindustriell als Einkristall hergestellt werden und ist als solcher zu günstigen Preisen erhältlich. Der Einkristall weist kein Korngefüge auf, das durch Wärmebehandlung eingestellt werden muss. Er zeigt daher keine mechanische Spannungs-Dehnungs-Hysterese und auch sehr wenig Alterungserscheinungen (Kriechen).

Das elektrische Verhalten des Siliziums wird durch die Dotierung verändert, insbesondere das des spezifischen Widerstands ρ , Abbildung 3.12, und daraus resultierend auch die Empfindlichkeit gegenüber mechanischer Spannung. Dabei muss eine Anisotropie, bedingt durch das kubische Kristallgitter, bei der mathematischen Beschreibung beachtet werden. In Anhang B sind wichtige Formeln hierzu zusammengefasst.

Der piezoresistive Effekt in Halbleitern wird als Π -Matrix, vgl. Gleichung 3.2, angegeben. Für Silizium lässt sich die Π -Matrix mit drei unabhängigen Parametern, den sogenannten piezoresistiven Koeffizienten, π_{11} , π_{12} und π_{44} darstellen. In Kristallkoordinaten ist

$$\Pi_{\text{Kristall}} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.58)$$

Π kann mit der Rotationsmatrix R_{Bao} , Gleichung B.29, in beliebige Koordinaten überführt werden. Die rotierten unabhängigen Parameter werden mit π'_{11} , π'_{12} und π'_{44} bezeichnet. Abbildung 3.13 zeigt π'_{11} und π'_{12} für verschiedene Kristallebenen.

Zur Berechnung der Widerstandsänderung muss zunächst der Widerstand im unbelasteten Zustand betrachtet werden. In diesem Fall ist das Kristallgitter unverzerrt und der spezifische Widerstand ρ_0 ist ein

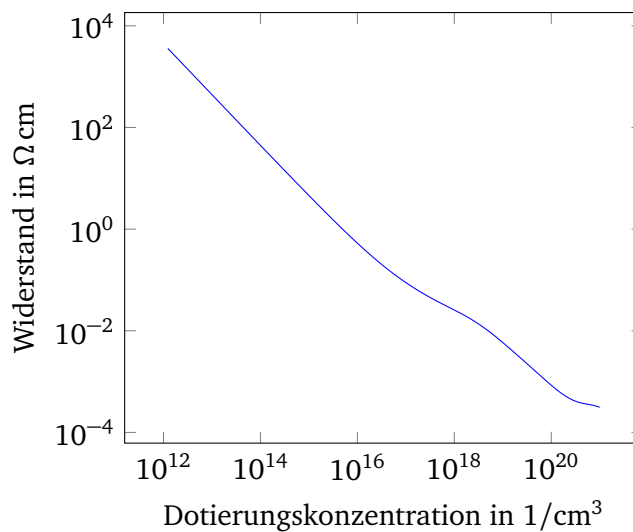
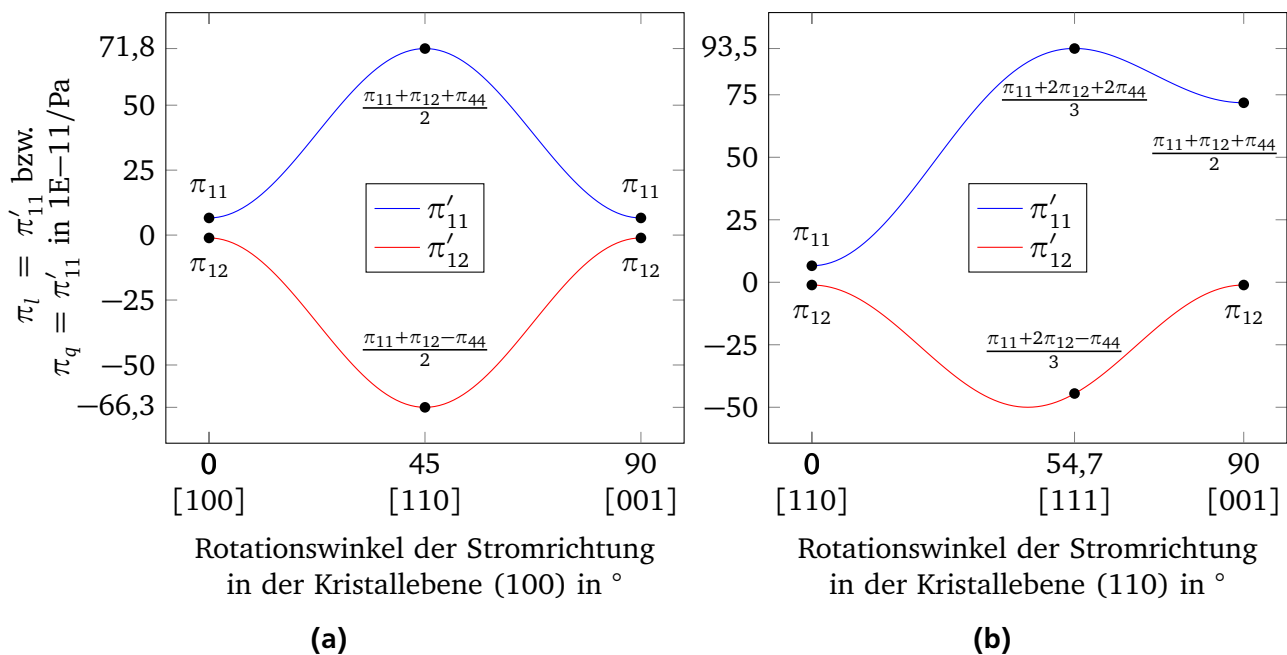


Abb. 3.12.: Spezifischer Widerstand ρ von homogen n-dotiertem Silizium in Abhängigkeit der Dotierungskonzentration. Nach [63] auf Basis des Modells von [64].

homogen p-dotiertes Silizium



homogen n-dotiertes Silizium

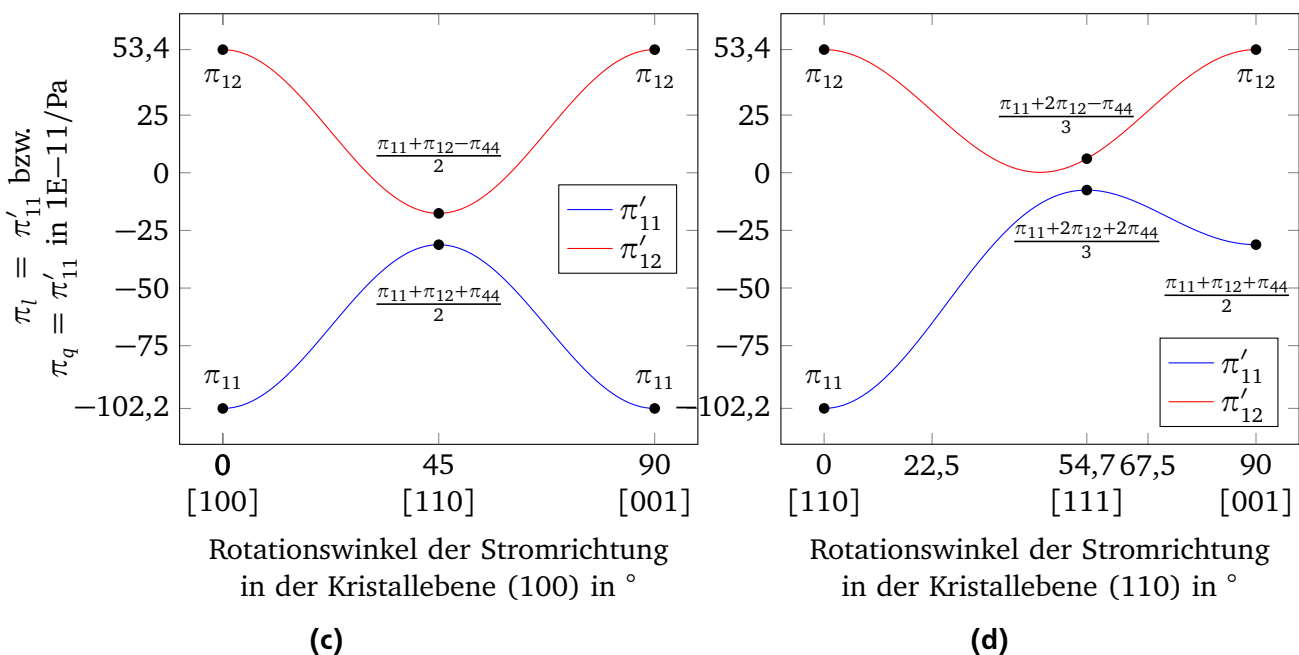


Abb. 3.13.: π'_{11} und π'_{12} in Abhängigkeit der Position der Kristallachsen. Die Graphen (a) und (b) gelten für homogen p-dotiertes Silizium mit einem spezifischen Widerstand $\rho = 7,8 \Omega \text{ cm}$ bzw. einer Dotierungskonzentration $n_{\text{dop}} = 5,86 \text{ E}14 / \text{cm}^3$. Die Graphen (c) und (d) gelten für homogen n-dotiertes Silizium mit $\rho = 11,7 \Omega \text{ cm}$ bzw. $n_{\text{dop}} = 3,87 \text{ E}14 / \text{cm}^3$. Für ausgewählte, häufig genutzte Fälle sind die direkten Berechnungsformeln mit angegeben. Die Werte für die Ebene (111) sind aus Symmetriegründen konstant, weswegen auf einen Plot verzichtet wurde. Die zur Berechnung verwendeten Formeln sind in Anhang B angegeben. Dort ist auch eine Veranschaulichung der Kristallebenen gezeigt.

Skalar. Im verzerrten Zustand ist ρ ein Tensor zweiter Stufe und die Änderung in globalen Koordinaten ergibt sich zu

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = R_{\text{Bao}} \Pi R_{\text{Bao}}^{-1} \sigma \quad (3.59)$$

wobei ρ und Π Tensoren in Voigt-Notation darstellen. Zur Anwendung in der Sensorik wird in der Regel der ebene Spannungszustand genutzt, das heißt $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$. Dann ergibt sich

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \Pi' \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi'_{11}\sigma_1 + \pi'_{12}\sigma_2 \\ \pi'_{11}\sigma_2 + \pi'_{12}\sigma_1 \\ \pi'_{12}\sigma_1 + \pi'_{12}\sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ \pi'_{44}\sigma_6 \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Wird ein Piezowiderstand mit einer Stromdichte in 1-Richtung J_1 gespeist und ist die Länge dieses Piezowiderstands in 1-Richtung viel größer als die Breite in 2-Richtung und die Höhe in 3-Richtung, können die Komponenten J_2 und J_3 der Stromdichte vernachlässigt werden. Es verbleibt

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\pi'_{11}\sigma_1 + \pi'_{12}\sigma_2)J_1 \\ \pi'_{44}\sigma_6 J_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.61)$$

Die erste Zeile wird häufig als

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \pi_l \sigma_1 + \pi_q \sigma_2 \quad (3.62)$$

geschrieben und zur Auslegung piezoresistiver Sensoren verwendet. Die zweite Zeile beschreibt eine quer zur Stromrichtung messbare elektrische Spannung aufgrund einer mechanischen Scherspannung. Dieser Effekt wird ebenfalls genutzt, die Anordnung wird als „Schereffekt“ [4] oder „Pseudo-Hall-Effekt“ [42] bezeichnet.

3.1.4.1 Homogen dotierte Halbleiter-Dehnungsmessstreifen

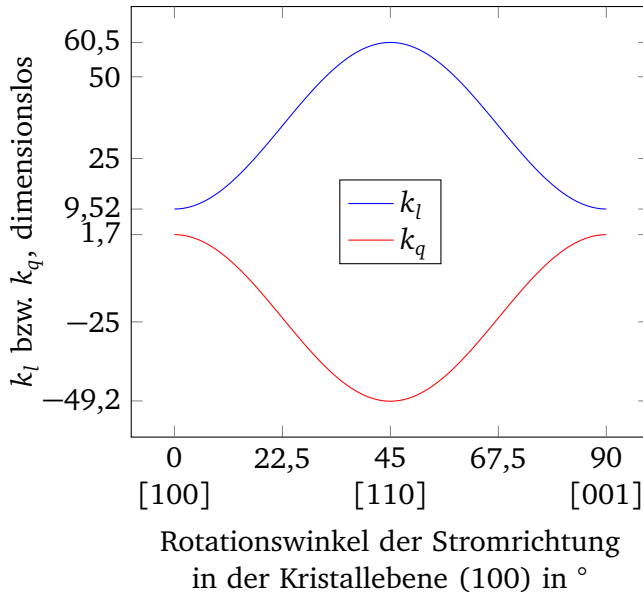
Sogenannte Halbleiter-Dehnungsmessstreifen werden aus homogen dotierten Siliziumwafern hergestellt. Die Wafer werden nach der Dotierung abgedünnt auf Dicken zwischen 20 und 50 μm . Die Vereinzelung erfolgt mittels einer Wafersäge oder Tefrtrockenätzen in rechteckige Platten, „U“-förmige oder komplexere Strukturen. Teilweise werden diese direkt auf einen Verformungskörper aufgebracht, beispielsweise mit Glaslot. Teilweise werden sie, ähnlich wie Metallfolien-Dehnungsmessstreifen, auf einen Träger aufgebracht und mit Klebstoff auf dem Verformungskörper befestigt. Als Trägermaterial werden Polyimide und Epoxidharz-Glasfaser-Verbünde verwendet [65, 66].

Da die Halbleiter-Dehnungsmessstreifen auf den Verformungskörper aufgebracht werden, erfassen Sie nicht mechanische Spannung sondern Dehnung. Zur Berechnung der Empfindlichkeit muss der Tensor Π daher durch Multiplikation mit dem Steifigkeitstensor D in den Tensor M überführt werden.

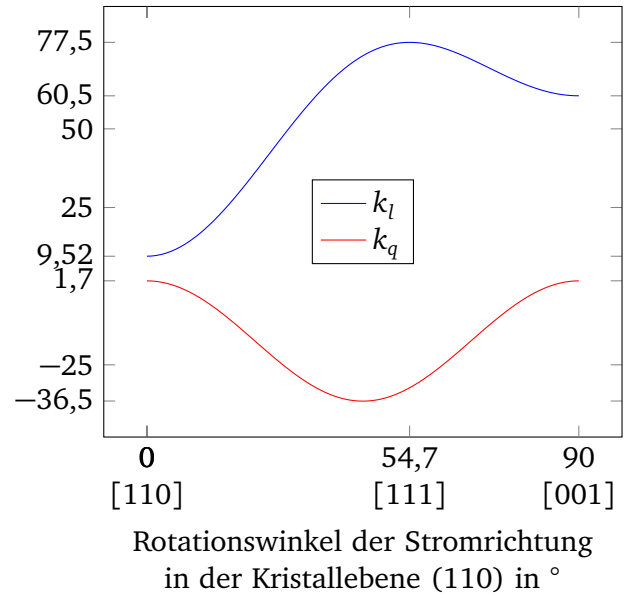
$$M = \Pi D. \quad (3.63)$$

Bei der üblichen Anordnung der Dehnungsmessstreifen auf dem Verformungskörper mit der Hauptdehnungsrichtung in 1-Richtung kann wieder die übliche Umbenennung $\varepsilon_l = \varepsilon_1$; $\varepsilon_q = \varepsilon_2$ erfolgen. Die Empfindlichkeiten auf diese Dehnung sind k_l und k_q , Abbildung 3.14.

homogen p-dotiertes Silizium

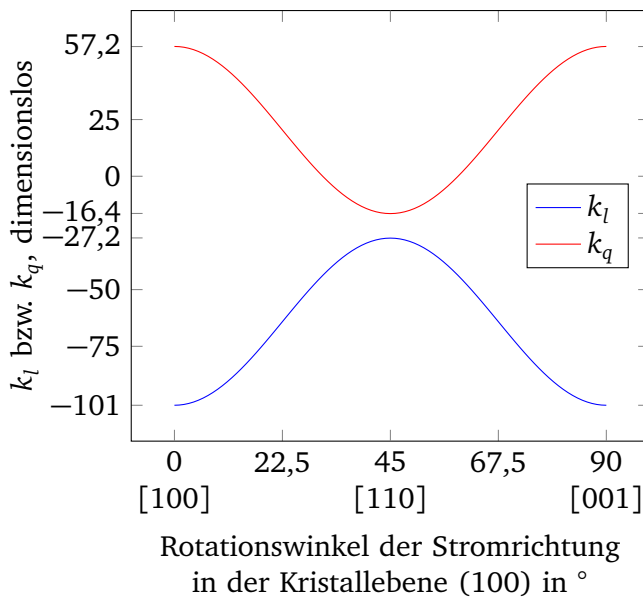


(a)

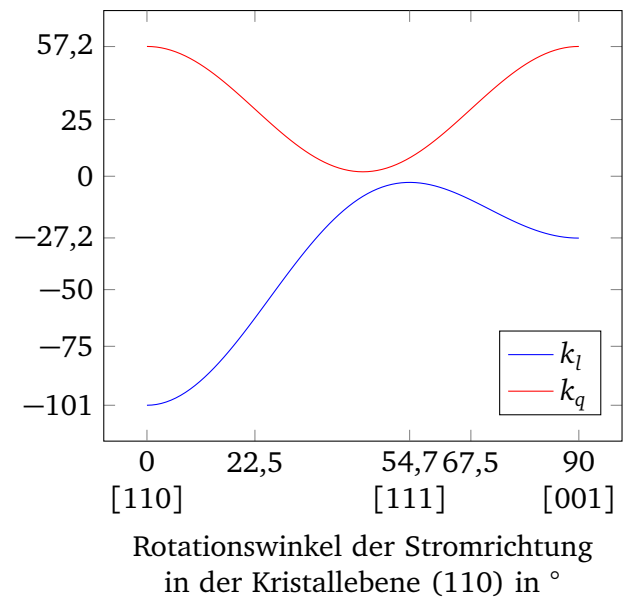


(b)

homogen n-dotiertes Silizium



(c)



(d)

Abb. 3.14.: k -Faktoren von homogen dotiertem Silizium in den Kristallebenen (100) und (110). Die Graphen (a) und (b) gelten für p-dotiertes Silizium mit einem spezifischen Widerstand $\rho = 7,8 \Omega \text{ cm}$ bzw. einer Dotierungskonzentration $n_{\text{dop}} = 5,86 \text{ E}14 / \text{cm}^3$. Die Graphen (c) und (d) gelten für n-dotiertes Silizium mit $\rho = 11,7 \Omega \text{ cm}$ bzw. $n_{\text{dop}} = 3,87 \text{ E}14 / \text{cm}^3$.

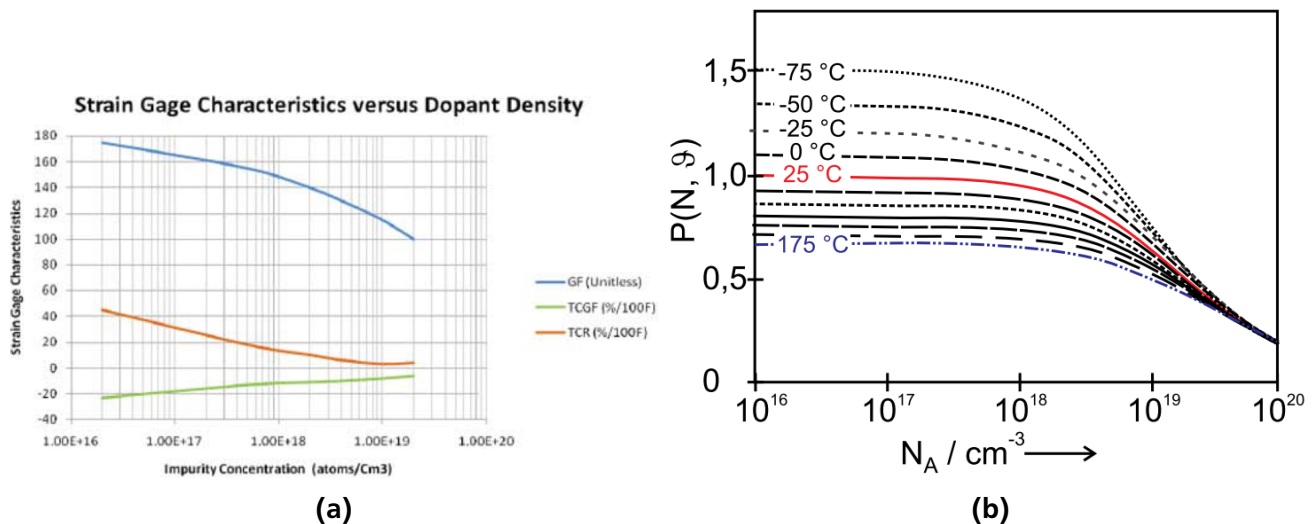


Abb. 3.15.: Eigenschaften von homogen dotierten Silizium-Dehnungsmessstreifen, aufgetragen über der Dotierungskonzentration. (a) k -Faktor, α_R und α_B nach [65] (b) Koeffizient P , der mit der Π -Matrix multipliziert wird um Dotierungs- und Temperaturabhängigkeit zu modellieren [7].

Grundwiderstand, k -Faktor, Querempfindlichkeit und Temperaturgang hängen von der Dotierungskonzentration des Silizium ab, Abbildung 3.15. In der Fertigung treten gegenüber Rechenmodellen [21, 22] Schwankungen von bis zu 10 % Prozent mit wechselndem Vorzeichen auf. Dies ist vor allem auf Variationen der Dicke der Elemente zurückzuführen [67].

Wesentlicher Vorteil der Halbleiter-Dehnungsmessstreifen gegenüber den bisher genannten Varianten ist ihr hoher k -Faktor im Bereich von 50 bis 100. Ein weiterer Vorteil ist, dass durch die Wahl einer N- oder P-Dotierung das Vorzeichen des k -Faktors eingestellt werden kann. Für Präzisionsanwendungen werden allerdings fast ausschließlich P-dotierte Halbleiter-Dehnungsmessstreifen verwendet, da sie eine geringere Linearitätsabweichung aufweisen [65, 66], Abbildung 3.16. Diesen Vorteilen stehen eine hohe Temperaturabhängigkeit, Abbildung 3.15, und eine allgemein hohe Linearitätsabweichung von bis zu 10 % entgegen. Die Linearitätsabweichung ist ebenfalls abhängig von der Dotierung. Bei Dotierungskonzentrationen über $10E-19/\text{cm}^3$ sinkt er auf ca. 1% [65]. Die Wahl der Dotierungskonzentration ist also ein Kompromiss zwischen geringer Linearitätsabweichung und geringer Temperaturabhängigkeit einerseits (hohe Dotierungskonzentration) und hohem k -Faktor und hohem Grundwiderstand andererseits (niedrige Dotierungskonzentration).

3.1.4.2 Inhomogen dotierte Halbleiter

Sensoren auf Basis inhomogen dotierten Siliziums werden hergestellt, indem in homogen dotierte Wafer durch thermische Diffusion oder Implantation n- und p-dotierte Gebiete so eingebracht werden, dass Widerstände entstehen, die durch pn-Übergänge gegen den übrigen Wafer elektrisch isoliert sind. Dies erzeugt ein Dotierungsprofil in Dickenrichtung, das die Verteilung der Dotierung ausgehend von der Maskenöffnung beschreibt. Technologieabhängig bildet sich als Dotierungsprofil eine Gauss- oder eine Fehlerfunktion aus [42]. Die Grundebene liegt dabei an der Oberfläche des Wafers, das Dotierungsprofil beschreibt die volumetrische Verteilung in Dickenrichtung des Wafers. Für eine exakte Berechnung der entstehenden Eigenschaften muss das ortsabhängige Dotierungsprofil berücksichtigt werden. Für die beiden Dotierungsprofile Gauss- und Fehlerfunktion können aber effektive Materialparameter angegeben werden, Abbildung 3.17, die an der Waferoberfläche wirken. Das Verhalten eines Messwiderstands kann

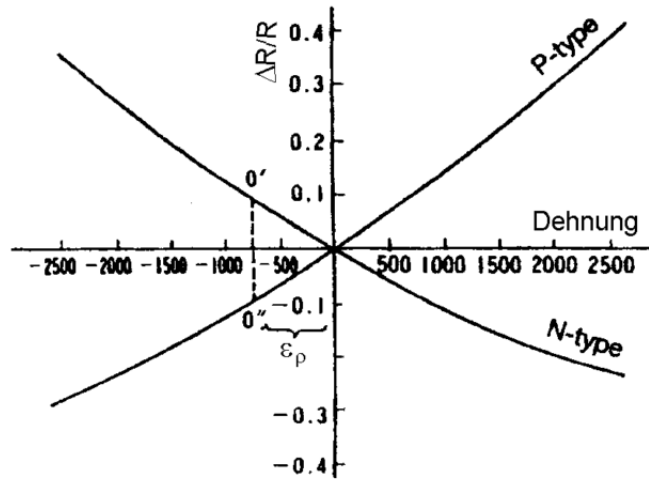


Abb. 3.16.: Widerstandsänderung von N- und P-dotierten Halbleiter-Dehnungsmessstreifen aufgetragen über der Dehnung [68]. Die Dotierungskonzentration ist in der Quelle nicht angegeben.

mit diesen vereinfacht an der Waferoberfläche betrachtet werden ohne Integration in Dickenrichtung des Wafers.

3.2 Vergleich der statischen Kennwerte

Die Kennwerte der vorgestellten Prinzipien sind in Tabelle 3.3 zusammenfassend dargestellt. Folgende Schlussfolgerungen werden aus dem Vergleich abgeleitet:

- Der Grundwiderstand ist frei einstellbar, wobei durch den Flächenwiderstand des jeweiligen Prinzips eine Abwägung von benötigter Fläche gegen Grundwiderstand gegeben ist. Für Metallfolien-Dehnungsmessstreifen haben sich Widerstände unter 1 k Ω etabliert, bei den übrigen Prinzipien Widerstände von 1 k Ω bis 10 k Ω . Eine Ausnahme stellen Dickfilme dar, hier ist man auf die Pasten mit 10 k Ω Grundwiderstand festgelegt, da diese Pasten die vorteilhaftesten sonstigen Eigenschaften aufweisen.
- Der k -Faktor von Metallfolie und kristallinen Dünnschichten liegt bei etwa zwei und wird daher durch die geometrische Verformung bestimmt. Alle anderen Prinzipien weisen höhere k -Faktoren auf.

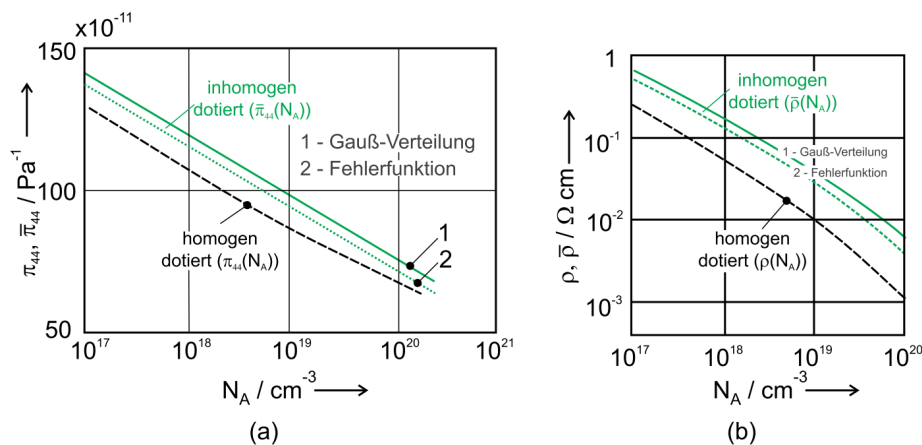


Abb. 3.17.: Auswirkungen zweier inhomogener Dotierprofile in Silizium auf (a) die Empfindlichkeit π_{44} und (b) die Leitfähigkeit ρ [7].

Dabei nutzt man andere Effekte als die metallische Leitung, insbesondere halbleitende Effekte und Tunnelphänomene.

- Der Temperaturkoeffizient ist mit Ausnahme von Silizium und Samarium-Sulfid bei allen Prinzipien sehr niedrig. Es ist daher technisch möglich, Sensoren nahezu ohne Temperaturabhängigkeit zu realisieren. Bei Silizium-Sensoren ist zu beachten, dass diese zwar eine etwa um Faktor 10 bis -35 höhere Temperaturabhängigkeit aufweisen, gleichzeitig jedoch auch die Empfindlichkeit um den Faktor 10 bis Faktor 50 steigt. In einer Abwägung zwischen Signal und Temperaturabhängigkeit schneiden sie also ähnlich gut ab wie die übrigen Prinzipien. Für die relativ jungen Prinzipien nicht kristalliner Dünnschichten, additiv gefertigter Widerstände sowie Samarium-Sulfid sind keine Temperaturkoeffizienten der Empfindlichkeit veröffentlicht.

Tabelle 3.3.: Vergleich der Kennwerte von Technologien zur Herstellung von Dehnungsmessstreifen.

Technologie der Dehnungsmessstreifen	typ. R_0	k -Faktor	α_0 in E – 6/K	α_B in E – 6/K	Literatur
Metallfolie	120 Ω ... 1000 Ω	1,8 ... 2,2	30 ... –30	100 ... 200	[5, 7, 46, 69]
Kristalliner Dünnsfilm	3 k Ω ... 8 k Ω	2 bis 4	0 ... 100	5 ... 200	[27, 54, 57]
Dickfilm	10 k Ω	8 bis 12	–100 ... 100	100 ... 200	[24, 26, 58, 59, 61, 62, 70–73]
Dotiertes Silizium	3 k Ω ... 8 k Ω	monokristallin: 80 ... 180 polykristallin: 15 ... 30	ca. 1000	ca. –3500	[4, 7, 22, 55, 74, 75]
Nichtkristalline Dünnsfilme aus Gold	200 k Ω ... 1 M Ω	ca. 30 nichtlinear e^{kr}	ca. 30	k.A.	[28], Firmenschriften Firma Nanolike
Nichtkristalline Dünnsfilme aus Ni:a-C:H	500 Ω ... 5 k Ω	10 oder 20	ca. 10	k.A.	[29, 31, 32, 76, 77]
Additiv gefertigt Platin in Kohlenstoff-Matrix	ca. 25 k Ω	10 ... 12	ca. –1000	k.A.	[78], Firmenschriften Firma Nanoscale
Polykristalline Dünnschicht-Filme aus Samarium-Sulfid	100 Ω ... 200 Ω	5 ... 30	100 ... 1200	k.A.	[79], Firmenschriften Firma SMS tenzotherm

3.3 Dynamische Modellierung des Temperatureinflusses

In vielen Anwendungen werden zeitlich aufeinander folgende Messwerte benötigt. Gewünscht ist dabei, dass das Messsystem der Messgröße möglichst verzögerungsfrei folgt. Inwiefern dies möglich ist, hängt vom zeitlichen bzw. dynamischen Verhalten des Messsystems ab. Dieses stellt eine Überlagerung des Verhaltens in verschiedenen physikalischen Domänen dar.

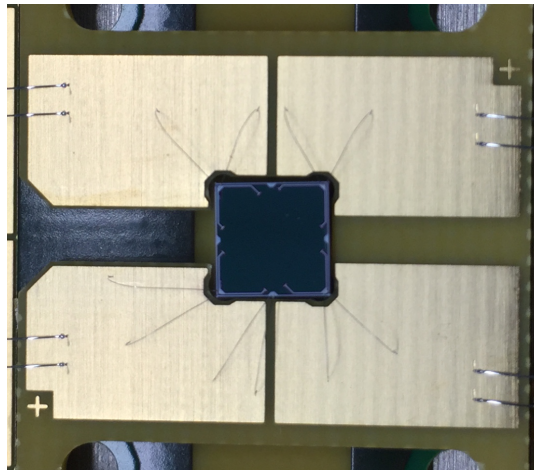
Allen Domänen ist gemein, dass sich das zeitliche Verhalten des Messsystems durch eine Differentialgleichung beschreiben lässt. Die Lösung vieler dieser Differentialgleichungen ist eine Überlagerung von e -Funktionen in der Form $e^{-t/\tau}$ oder $(1 - e^{-t/\tau})$, wobei t die Zeit und τ eine charakteristische Zeitkonstante kennzeichnen. Eine oft vertretene Faustregel ist, dass die asymptotische e -Funktion nach 5τ einen stationären „Endwert“ erreicht hat. Diese Faustregel gilt es gerade bei elektromechanischen Sensoren zu hinterfragen, da beispielsweise im Bereich der Wägung Unsicherheiten von $500\text{E}-6$ oder weniger üblich sind [80]. Tabelle 3.4 zeigt die berechneten Abweichungen nach verschiedenen Wartezeiten. Aus den Berechnungen folgt dass es entscheidend ist, nach einer Änderung der Mess- oder Umgebungsbedingungen mindestens 8τ , besser 10τ aller in Frage kommenden Zeitkonstanten zu warten.

Für elektromechanische Sensoren spielen in der Regel drei Domänen eine wichtige Rolle: Elektrik, Mechanik und Thermik. Mechanisches dynamisches Verhalten hängt sehr stark vom Verformungskörper und sehr wenig vom Messwiderstand ab. Es wird daher in dieser Arbeit nicht betrachtet. Elektrisches dynamisches Verhalten wird bei resistiven Messwiderständen oft vernachlässigt, da es von parasitären Kapazitäten und Induktivitäten abhängt, die aufgrund des erwünschten resistiven Verhaltens des Messwiderstands sehr klein sind. Eine explizite Nutzung des elektrischen dynamischen Verhaltens wird in Abschnitt 4.2 gezeigt. Im Folgenden wird daher ausschließlich auf das thermische dynamische Verhalten elektromechanischer Sensoren anhand des Beispiels eines kommerziellen Silizium-Drucksensors eingegangen.

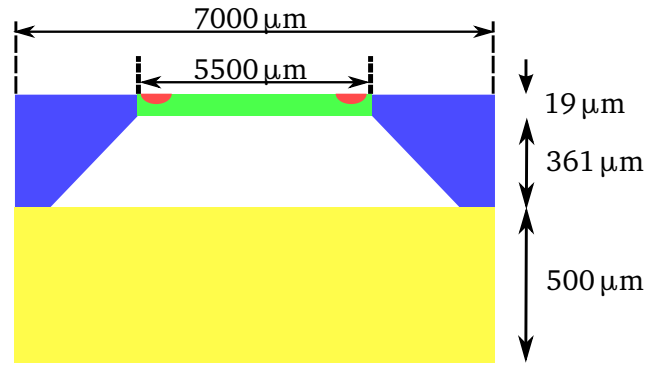
Der untersuchte Silizium-Drucksensor, Abbildung 3.18, wird vom CiS Forschungsinstitut für Mikrosensorik GmbH (Erfurt Deutschland) hergestellt. Für diesen Sensor existierten verschiedene Modelle der Eigenerwärmung, die allerdings nur teilweise die Umgebungstemperatur berücksichtigen und deutliche Abweichungen zur Messung zeigen [81]. Vom Autor wurde in Zusammenarbeit mit BROKMANN et al. [81] sowie SINGER [82] ein überarbeitetes Modell erstellt [83], das im Folgenden vorgestellt wird. Mit Hilfe eines Mikrocontrollers kann dieses Modell mehrmals pro Sekunde berechnet werden, um so während des Betriebs das Sensorverhalten durch die Störgröße Temperatur kompensieren zu können. Da die Drucksensoren während der Produktion auf ihr thermisches Einlaufverhalten getestet werden, kann diese Messung auch zur Gewinnung von Parametern genutzt werden.

Tabelle 3.4.: Dynamische Abweichung durch einen Einschwingvorgang in Form einer e -Funktion.

t/τ	$1 - e^{-t/\tau}$ in %	Abweichung zu 100 % in E – 6
1	63,2121	367 879
2	86,4665	135 335
3	95,0213	49 787
4	98,1684	18 316
5	99,3262	6 738
6	99,7521	2 479
7	99,9088	912
8	99,9665	335
9	99,9877	123
10	99,9955	45



(a)



(b)

Abb. 3.18.: Untersuchter piezoresistiver Drucksensor des CiS Forschungsinstituts. (a) Photographie des Sensors auf einer Trägerplatine zur Charakterisierung im Klimaschrank. Der Sensor hängt frei in der Luft und wird ausschließlich durch die Bonddrähte getragen. (b) Querschnitt durch den Sensor mit Bemaßung (nicht maßstabsgetreu). Farblich gekennzeichnet sind die piezoresistiven Widerstände (rot), die Messplatte (grün), der Siliziumkörper (blau) sowie der Gegenkörper aus dem Glas Borofloat (gelb).

Die Differentialgleichungen der Wärmeausbreitung beschreiben drei wesentliche Effekte: Wärmeleitung, also den Wärmetransport durch Festkörper; Wärmekonvektion, also den Wärmetransport aufgrund der Bewegung eines strömenden Fluids; Wärmekapazität, also das Aufnahmevermögen an Wärme eines Materials. Eine Lösung der Gleichungen kann analytisch entweder für das gesamte Rechengebiet erfolgen oder durch eine räumliche Diskretisierung. Die Lösung für das gesamte Rechengebiet gibt PRAMANIK et al. [84] an, sie ist jedoch auf sehr einfache geometrische Anordnungen beschränkt. Die räumliche Diskretisierung bietet die Möglichkeit, auch kompliziertere Geometrien zu vereinfachen und sie auf einfach lösbare Geometrien zurückzuführen. Dieser Ansatz wird daher hier angewendet.

Eine räumlich diskretisierte Differentialgleichung lässt sich unter bestimmten Voraussetzungen bzgl. ihrer Struktur vorteilhaft darstellen als Ersatzschaltbild unter Nutzung der elektrothermischen Analogie. In dieser Darstellung ist die Wärmeleitung über eine Distanz d mit der Querschnittsfläche A_Q durch einen Festkörper mit Wärmeleitfähigkeit λ (in W/(K·m)) begrenzt durch den Wärmewiderstand

$$R_\lambda = \frac{d}{\lambda A_Q}. \quad (3.64)$$

Wärmekonvektion an der Oberfläche A_O eines Festkörpers wird ebenfalls durch einen Wärmewiderstand beschrieben. Dieser wird beeinflusst durch den Konvektionskoeffizienten α (in W m²/K):

$$R_\alpha = \frac{1}{\alpha A_O}. \quad (3.65)$$

Wird einem Material mit dem Volumen V Wärme zugeführt, speichert es diese. Die Speicherfähigkeit wird beschrieben durch eine Wärmekapazität, die zusätzlich zu V abhängig von der spezifischen Wärmekapazität c (in J/(K·kg)) sowie der Dichte ρ (in kg/(m³)) ist:

$$C_{\text{Heat}} = V c \rho. \quad (3.66)$$

Der untersuchte piezoresistive Drucksensor besteht aus einem rechteckigen Siliziumkörper (Index „Sub“ für Substrat) mit einer rückseitig geätzten Kavität, Abbildung 3.18. Durch die Kavität entsteht an der

abgedünnten Stelle die Messplatte (Index „Pl“), in die die piezoresistiven Widerstände eindotiert sind (Index „Res“). Die Rückseite des Siliziumkörpers ist anodisch gebondet an einen Gegenkörper aus dem Glas Borofloat (Index „Glass“).

Zur Modellbildung werden die vier Piezowiderstände als kubische Volumen mit der Höhe h_{Res} , der Breite w_{Res} der Länge l_{Res} und dem elektrischen Grundwiderstand R_0 innerhalb der Messplatte angenommen. Fließt ein elektrischer Strom I durch die Widerstände, ergibt sich eine JOULE'sche Wärmequelle, dargestellt durch die Wärmestromquelle

$$q_{\text{Res}} = R_0 I^2. \quad (3.67)$$

In diesem Modell wird vereinfachend angenommen, dass die Wärme an der Oberfläche der Piezowiderstände entsteht und ausschließlich vertikal durch die Piezowiderstände in die Messplatte fließt. Der Übergangswiderstand beträgt

$$R_{\lambda, \text{Res2Pl}} = \frac{h_{\text{Res}}}{\lambda_{\text{Res}} w_{\text{Res}} l_{\text{Res}}}. \quad (3.68)$$

An der Oberfläche der Piezowiderstände wird durch Konvektion Wärme an die Umgebung abgegeben:

$$R_{\alpha, \text{Res}} = \frac{1}{\alpha w_{\text{Res}} l_{\text{Res}}}. \quad (3.69)$$

Die Wärmekapazität eines Piezowiderstands ergibt sich zu

$$C_{\text{Res}} = h_{\text{Res}} w_{\text{Res}} l_{\text{Res}} c_{\text{Res}} \rho_{\text{Res}}. \quad (3.70)$$

Die Messplatte ist ein Quader, von dessen Volumen die Piezowiderstände subtrahiert werden, was bei der Berechnung der Wärmekapazität sowie der Wärmewiderstände aufgrund der Konvektion beachtet werden muss:

$$C_{\text{Pl}} = (h_{\text{Pl}} w_{\text{Pl}} l_{\text{Pl}} - 4 h_{\text{Res}} w_{\text{Res}} l_{\text{Res}}) \cdot c_{\text{Pl}} \rho_{\text{Pl}}; \quad (3.71)$$

$$R_{\alpha, \text{Pl}} = \frac{1}{\alpha (w_{\text{Pl}} l_{\text{Pl}} - 4 w_{\text{Res}} l_{\text{Res}})}. \quad (3.72)$$

Die Wärmeleitung von Messplatte zu Siliziumkörper wird vereinfachend rein horizontal angenommen. Die von der Wärme zu überwindende Distanz ist durch die Positionen der Piezowiderstände gegeben. Diese sind etwa 1/30 der Messplattenbreite w_{Pl} bzw. l_{Pl} vom Siliziumkörper (dem Rand der Messplatte) entfernt. Da alle 4 Widerstände Wärme an den Siliziumkörper abgeben, sind sie parallel geschaltet und der gesamte Wärmeübergangswiderstand ergibt sich zu

$$R_{\lambda, \text{Pl2Sub,A}} = \frac{w_{\text{Pl}}/30}{\lambda_{\text{Pl}} h_{\text{Pl}} l_{\text{Pl}}}; \quad (3.73)$$

$$R_{\lambda, \text{Pl2Sub,B}} = \frac{l_{\text{Pl}}/30}{\lambda_{\text{Pl}} h_{\text{Pl}} w_{\text{Pl}}}; \quad (3.74)$$

$$R_{\lambda, \text{Pl2Sub}} = \left(\frac{2}{R_{\lambda, \text{Pl2Sub,A}}} + \frac{2}{R_{\lambda, \text{Pl2Sub,B}}} \right)^{-1}. \quad (3.75)$$

Die Modellierung des Siliziumkörpers vernachlässigt die Trapez-Form der Kavität und nimmt stattdessen eine rechteckförmige Kavität an, deren Volumen von dem des Siliziumkörpers subtrahiert wird.

Die Wärmeleitung wird vereinfachend rein vertikal durch den Siliziumkörper zum Glas-Gegenkörper angenommen. Es ergeben sich

$$C_{\text{Sub}} = ((w_{\text{Sub}} - w_{\text{Pl}})(l_{\text{Sub}} - l_{\text{Pl}}) \cdot (h_{\text{Sub}} - h_{\text{Pl}}))c_{\text{Sub}}\rho_{\text{Sub}}; \quad (3.76)$$

$$R_{\alpha,\text{Sub}} = \frac{1}{\alpha(2h_{\text{Sub}}w_{\text{Sub}} + 2h_{\text{Sub}}l_{\text{Sub}})}; \quad (3.77)$$

$$R_{\lambda,\text{Sub2Glass}} = \frac{h_{\text{Sub}}}{\lambda_{\text{Sub}}(w_{\text{Sub}} - w_{\text{Pl}})(l_{\text{Sub}} - l_{\text{Pl}})}. \quad (3.78)$$

Der Glas-Gegenkörper wird als Quader mit fünf Oberflächen, vier Seiten und die Bodenfläche, zur Umgebung angenommen. An allen fünf Oberflächen gibt der Gegenkörper durch Konvektion Wärme an die Umgebung ab. Die Wärmeleitung innerhalb des Gegenkörpers wird vereinfachend vernachlässigt.

$$C_{\text{Glass}} = h_{\text{Glass}}w_{\text{Glass}}l_{\text{Glass}}c_{\text{Glass}}\rho_{\text{Glass}}; \quad (3.79)$$

$$R_{\alpha,\text{Glass,Sides}} = (\alpha(2h_{\text{Glass}}w_{\text{Glass}} + 2l_{\text{Glass}}h_{\text{Glass}} + l_{\text{Glass}}w_{\text{Glass}}))^{-1}; \quad (3.80)$$

$$R_{\alpha,\text{Glass,Bottom}} = \frac{1}{\alpha l_{\text{Glass}}w_{\text{Glass}}}; \quad (3.81)$$

$$R_{\alpha,\text{Glass}} = R_{\alpha,\text{Glass,Bottom}} + R_{\alpha,\text{Glass,Sides}}. \quad (3.82)$$

Dieses Modell weist mehrere Vereinfachungen auf:

- Die Wärmeleitung wird stets nur eindimensional angenommen. Diese Annahme berücksichtigt die Hauptrichtung der Wärmeleitung, vernachlässigt aber zusätzliche Beiträge aus anderen Raumrichtungen, so dass die Wärmewiderstände R_{λ} durch diesen Effekt zu groß geschätzt werden. Demgegenüber steht der Effekt, dass in der Berechnung stets die kürzesten zu überbrückenden Distanzen für die Wärme angenommen wurden. Richtungswechsel der Wärmeleitung von vertikal nach horizontal erfolgen jedoch nicht instantan, so dass längere Distanzen überbrückt werden müssen und die Wärmewiderstände R_{λ} durch diesen Effekt zu klein geschätzt werden. Es wird angenommen, dass beide Effekte sich nahezu kompensieren.

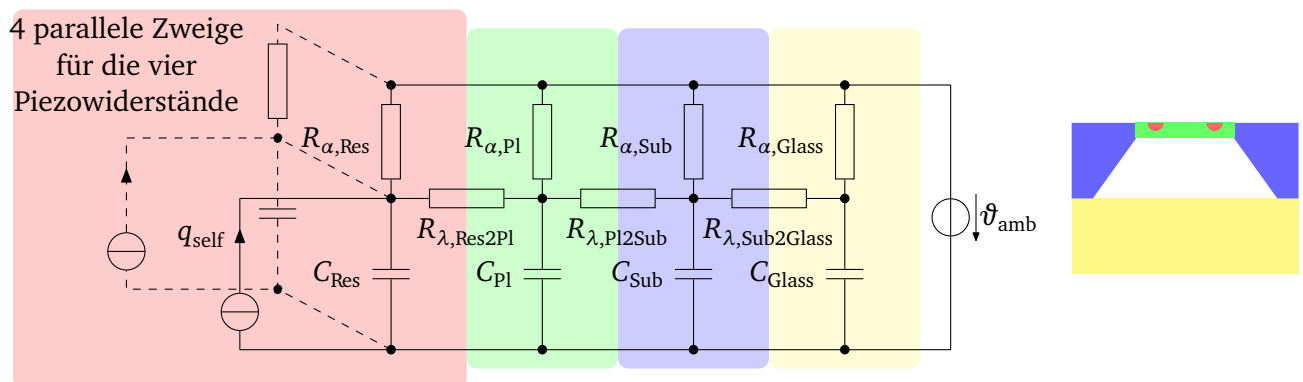


Abb. 3.19.: Thermisches Ersatzschaltbild des Drucksensors sowie Querschnitt durch den Sensor (nicht maßstabgetreu). Farblich gekennzeichnet sind die piezoresistiven Widerstände (rot), die Messplatte (grün), der Siliziumkörper (blau) sowie der Gegenkörper aus dem Glas Borofloat (gelb). Strichliert angedeutet sind die weiteren drei parallel geschalteten Netzwerke für die insgesamt vier piezoresistiven Widerstände.

- Die Geometrie des Sensors wurde in Bezug auf den Siliziumkörper sowie den Ort der Piezowiderstände vereinfacht. Außerdem wurden Leitbahnen aus Silizium zur Kontaktierung der Piezowiderstände vernachlässigt. Diese Annahme wurde im Interesse eines einfachen, schnell berechenbaren Modells getroffen. Die Annahmen führen dazu, dass die Wärme mit weniger Wärmewiderstand von den Piezowiderständen abgeleitet wird, als durch das Modell berücksichtigt. Dieser Tatsache wird durch einen Skalierungsparameter P_1 Rechnung getragen, der durch die Messung bestimmt werden muss. Er wirkt sich auf $R_{\alpha, \text{Res}}$ aus:

$$R_{\alpha, \text{Res}, \text{fit}} = P_1 R_{\alpha, \text{Res}}. \quad (3.83)$$

- Der Glas-Gegenkörper weist die größte Oberfläche auf und ist damit wesentlich am Wärmetransport zur Umgebung beteiligt. Dadurch erwärmt sich auch die Umgebungsluft unmittelbar an der Grenzschicht zum Gegenkörper. Dieser Effekt könnte durch zusätzliche diskretisierte Luftschichten mit Übergangswiderständen und Wärmekapazitäten modelliert werden, kann aber auch durch eine Erhöhung von C_{Glass} angenähert werden. Im Interesse kurzer Rechenzeit wurde letzterer Ansatz gewählt und ein Skalierungsparameter P_2 eingeführt:

$$C_{\text{Glass}, \text{fit}} = P_2 C_{\text{Glass}}. \quad (3.84)$$

Die zur Berechnung der Elemente des Ersatzschaltbilds notwendigen Parameter sind in Tabelle 3.5 aufgeführt. Eine wichtige Frage dabei war, ob die Dotierung der Piezowiderstände die Wärmeleitfähigkeit oder die Wärmekapazität beeinflusst. Dies ist bis 1032 K nicht der Fall [85]. Die berechneten Bauelemente sind in Tabelle 3.6 aufgeführt und mit einem früheren Modell [81] verglichen.

Das Ersatzschaltbild mit den berechneten Bauelementen wurde mit der Software LTSpice (Linear Technology, Milpitas, California, USA) numerisch berechnet. Resultat der Berechnung sind die Temperaturen („Spannungen“ in der elektrothermischen Netzwerkanalogie) über den thermischen Kapazitäten im Ersatzschaltbild, Abbildung 3.20. Aufgrund der Symmetrie des Netzwerkes weisen alle Piezowiderstände vorteilhaft die gleiche Temperatur ϑ_R auf, aus der mit dem elektrischen Grundwiderstand der gesamten Wheatstonebrücke R_0 der sowie dem Temperaturkoeffizienten α_R der Widerstand R_{Bridge} berechnet werden kann.

$$R_{\text{Bridge}} = R_0(1 + \alpha_R \vartheta_R). \quad (3.85)$$

Tabelle 3.5.: Parameter zur Berechnung der Bauelemente des thermischen Ersatzschaltbilds.

Parameter	Wert	Parameter	Wert	Quelle
w_{Res}	9 μm	R_0	10 105 Ω	Messung, siehe Text
h_{Res}	3 μm	α_R	2,5E−3	Erfahrungswert CiS, siehe Text
l_{Res}	200 μm	α	30,4 W m ² /K	[86]
w_{Pl}	5500 μm	λ_{Res}	150 W m/K	[85]
h_{Pl}	19 μm	λ_{Pl}	150 W m/K	[85]
l_{Pl}	5500 μm	λ_{Sub}	150 W m/K	[85]
w_{Sub}	7000 μm	c_{Res}	710 J kg/K	[87]
h_{Sub}	370 μm	c_{Pl}	710 J kg/K	[87]
l_{Sub}	7000 μm	c_{Sub}	710 J kg/K	[87]
w_{Glass}	7000 μm	c_{Glass}	830 J kg/K	[88]
h_{Glass}	500 μm	ρ_{Res}	2330 kg/m ³	[87]
l_{Glass}	7000 μm	ρ_{Pl}	2330 kg/m ³	[87]
		ρ_{Sub}	2330 kg/m ³	[87]
		ρ_{Glass}	2230 kg/m ³	[88]

Tabelle 3.6.: Berechnete Bauelemente und Skalierungsparameter des thermischen Ersatzschaltbilds im Vergleich zu einem früheren Modell von BROKMANN et al. [81].

Bauelement	BROKMANN et al. [81]	Diese Arbeit
q_{Res}	0,3125 mW	0,3125 mW
C_{Res}	30 nJ/K	8,9 nJ/K
$R_{\alpha,\text{Res,fit}}$	100 GK/W	168 MK/W
$R_{\lambda,\text{Res2Pl}}$	150 K/W	0,7 K/W
C_{Pl}	0,5 μ J/K	950 μ J/K
$R_{\alpha,\text{Pl}}$	100 GK/W	10 kK/W
$R_{\lambda,\text{Pl2Sub}}$	20 K/W	190 K/W
C_{Sub}	10 μ J/K	1,34 mJ/K
$R_{\alpha,\text{Sub}}$	100 GK/W	29,2 kK/W
$R_{\lambda,\text{Sub2Glass}}$	20 K/W	1,1 K/W
$C_{\text{Glass,fit}}$	5 mJ/K	451 mJ/K
$R_{\alpha,\text{Glass}}$	140 K/W	48 K/W
P_1	–	$(3,4481\text{E}5)^{-1}$
P_2	–	20

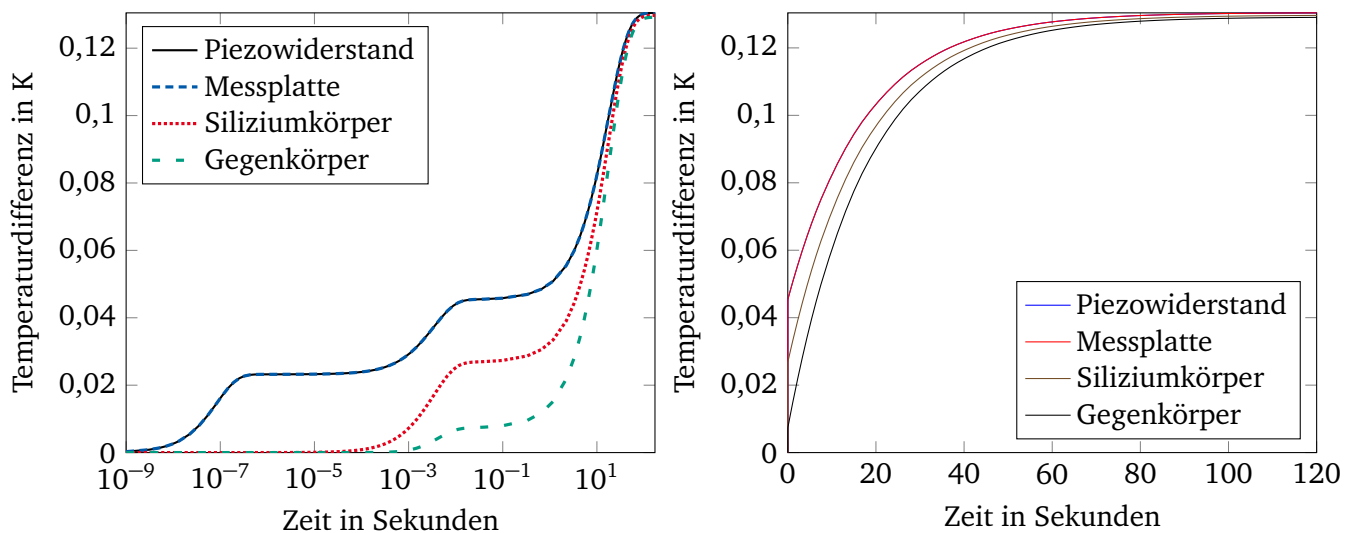


Abb. 3.20.: Berechnete Sprungantwort der Temperaturen durch reine Eigenerwärmung ($\vartheta_{\text{amb}} = 0$) nach Einschalten eines Speisestroms von $I = 0,5$ mA mit logarithmischer und linearer Zeitachse. Der Temperaturverlauf der Messplatte weist sehr kleine Unterschiede zum Verlauf der Piezowiderstände auf und ist daher kaum sichtbar.

Aus der Erfahrung der laufenden Produktion wurde der Temperaturkoeffizient zu $\alpha_R = 2,5\text{E}-3$ mit vernachlässigbarer Varianz bestimmt.

Um die Modellbildung zu validieren, wurde exemplarisch eine Messung aus der laufenden Produktion des CiS ausgewertet. Die Sensoren wurden auf Trägerplatinen mit vier Kontaktpads und einer Aussparung in der Mitte so durch Drahtbonden fixiert, dass sie, nur durch die Bonddrähte getragen, frei in der Luft hängen, Abbildung 3.18. Die Trägerplatinen wurden in einem Halter aus Aluminium platziert und in einen Klimaschrank der Firma Espec (Osaka, Japan) gelegt. Die Temperatur wurde zu Anfang und Ende der Messung mit einem Kelvimat 4323 der Firma Burster (Gernsbach, Deutschland) überprüft, ebenso wie die Luftfeuchtigkeit mit den Sensoren des Klimaschranks erfasst wurde. Der Drucksensor wurde von einer DC Stromquelle 3245A der Firma Agilent (heute: Keysight, Santa Rosa, Kalifornien, USA) gespeist. Der

Strom wurde mit einem Multimeter 3458A (ebenfalls Keysight) überprüft, welches danach zur Messung der Spannung über der gesamten Brücke verwendet wurde.

Nach Aufwärmen aller Messgeräte und Einpegeln des Klimaschranks auf 20 °C und 40 % relative Luftfeuchte, wurde die Temperatur mit 19,776 °C gemessen. Am Ende der Messung nach 120 s betrug sie 19,772 °C. Die relative Luftfeuchte blieb konstant bei 40 %. Der Strom wurde auf $I = 0,5 \text{ mA}$ eingestellt und mit dem Multimeter kontrolliert. Anschließend wurden Spannungsmessungen alle 210 ms durchgeführt. Nach der Messung wurden aus Spannung und Strom der Brückenwiderstand sowie dessen Unsicherheit berechnet.

Die Unsicherheitsanalyse ergibt die Modellgleichung $R = U/I$ mit den partiellen Ableitungen $\delta R/\delta U = 1/I$ und $\delta R/\delta I = -U/I^2$. Die Standardunsicherheit wurde aus dem Datenblatt des Multimeters abgeleitet, wobei die „2 years since last calibration“ Werte genutzt wurden und – da keine weiteren Informationen über die statistische Verteilung gegeben sind – eine Gleichverteilung zwischen den gegebenen Fehlergrenzen angenommen wurde. Die Fehlergrenzen betragen $14 + 0,05$ „ppm of reading+ppm of range“ für den 10 V Messbereich und $25 + 5$ „ppm of reading+ppm of range“ für den 1 mA Messbereich. Daraus ergibt sich eine kombinierte Standardunsicherheit der Widerstandsmessung von ca. $21 \text{ E} - 6$, abhängig vom genauen Messwert.

Aufgrund der genannten Vereinfachungen muss das Modell auf den konkreten Sensor abgestimmt werden. Dazu wird numerisch eine Regression der Modellgleichung 3.85 unter Variation von P_1 und P_2 und Minimierung der Fehlerquadrate durchgeführt. Es stellt sich jedoch die Frage, welcher Widerstandswert für R_0 verwendet wird. Aus Abbildung 3.20 geht hervor, dass die Speisung mit einem Strom von 0,5 mA bereits nach $1 \mu\text{s}$ eine Erwärmung um $\Delta\vartheta = 0,02 \text{ K}$ und somit eine Widerstandsänderung um $\alpha_R \Delta\vartheta R_0 = R_0 \cdot 50 \text{ E} - 6$ bewirkt, die größer als die Auflösung des Multimeters ist. Der thermische Einschwingvorgang ist erst nach ca. 80 s soweit abgeschlossen, dass er Änderungen kleiner als die Messunsicherheit des Multimeters verursacht. Der dann ermittelte Messwert entspricht R_{Bridge} , also nicht dem Grundwiderstand R_0 .

Daher wurde festgelegt, dass R_0 annähernd dem ersten Messwert des Multimeters $R_{m,1}$ nach 210 ms entspricht, dieser Wert ist in Tabelle 3.5 aufgeführt. Die berechneten Zeitverläufe des Modells wurden so verschoben, dass $R_{\text{Bridge}}(t = 210 \text{ ms}) = R_{m,1}$ gilt. Die berechneten P_1 und P_2 sind in Tabelle 3.6 aufgeführt. Der aus den Messwerten berechnete Brückenwiderstand sowie das Ergebnis der Regression sind in Abbildung 3.21 gezeigt.

Damit steht ein validiertes Modell zur Verfügung, mit dem durch eine Gleichung mit 22 Parametern - 13 Wärmewiderstände, 7 Wärmekapazitäten und 2 Skalierungsparameter - nach einer ersten Messung von P_1 und P_2 das thermische Verhalten des modellierten Drucksensors innerhalb der Fehlergrenzen eines der genauesten verfügbaren Multimeter beschrieben werden kann. 20 der 22 Freiheitsgrade können während des Entwurfsprozesses berechnet werden. Die beiden verbleibenden Freiheitsgrade können aus einer Messung, die aus Qualitätssicherungsgründen sowieso in der laufenden Produktion stattfinden muss, gewonnen werden.

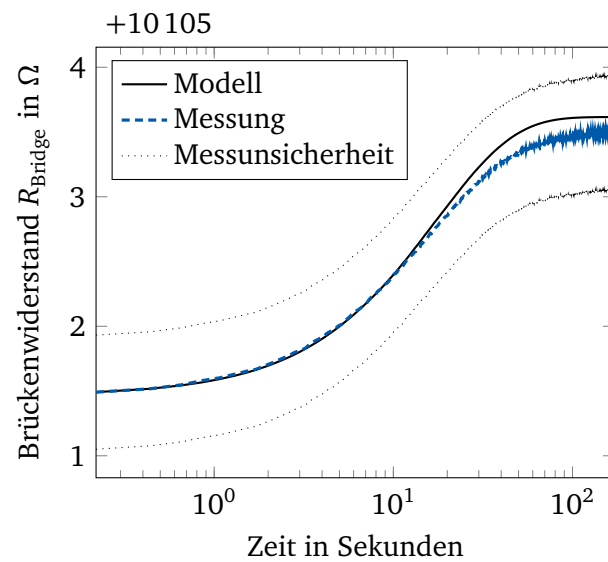


Abb. 3.21.: Berechnete und gemessene Sprungantwort des Brückenwiderstands R_{Bridge} nach Einschalten eines Speisestroms von $I = 0,5 \text{ mA}$. Der Brückenwiderstand wurde aus I sowie der gemessenen Spannung berechnet.

4 Signalauswertung resistiver Sensoren

Die Auswertung der Signale resistiver Sensoren erfolgt durch zwei Schritte: Wandeln in eine Zwischengröße und Digitalisierung der Zwischengröße (ADC). Als Zwischengrößen werden Spannung und Zeit eingesetzt. Im Folgenden werden die Schaltungsvarianten zur Wandlung in die Zwischengröße sowie die nachfolgende Auswertung für beide Prinzipien beschrieben.

4.1 Spannungsbasierte Auswertung

Wird eine Spannung als Zwischengröße eingesetzt, ergibt sich die in Abbildung 4.1 gezeigte Messkette. Schaltungsvarianten zur Umformung von Widerstand zu Spannung werden in Abschnitt 4.1.1 betrachtet. Die Schritte „Analoge Vorverarbeitung“ sowie „ADC“ werden in Abschnitt 4.1.2 vorgestellt, dabei wird in Unterabschnitten auf verschiedene, häufig verwendete Bauteile eingegangen. Für diese werden jeweils ideale und nicht-ideale funktionale Zusammenhänge abgeleitet.

In Abschnitt 4.1.3 wird eine wichtige Variante vorgestellt: Die Speisung mit Wechselspannung anstatt Gleichspannung/-strom. Diese auch als Trägerfrequenzauswertung bekannte Variante weist einige Vorteile auf, da durch Modulation des Messsignals Störgrößen einfacher gefiltert werden können.

4.1.1 Umformung des Widerstands in eine Spannung

Wie in Abschnitt 2.3 ausgeführt, können Messwiderstände entweder als Einzelwiderstand, in einem Spannungsteiler, oder in einer Wheatstonebrücke ausgewertet werden.

Die Auswertung eines Einzelwiderstands durch Speisung mit einem Strom I_{ex} , Abbildung 2.8, ergibt die Ausgangsspannung

$$U = R_0(1 + r)I_{\text{ex}} = (R_0 + \Delta R)I_{\text{ex}}, \quad (4.1)$$

wobei für die sensorische Funktion nur der Signalanteil rR_0I_{ex} relevant ist. Der Offset R_0I_{ex} muss subtrahiert werden.

Bei Auswertung mittels einer Wheatstonebrücke beträgt der Gesamtwiderstand der Brücke an den Versorgungsklemmen

$$R_B = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}. \quad (4.2)$$

Bei Speisung mit der Spannung U_{ex} ergibt sich die Ausgangsspannung

$$U_{\text{out,U}} = \frac{R_2R_3 - R_1R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{ex}}. \quad (4.3)$$

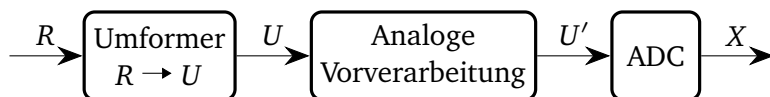


Abb. 4.1.: Messkette der spannungsbasierten Auswertung.

Bei Stromspeisung mit I_{ex} folgt

$$U_{\text{out,I}} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} I_{\text{ex}}. \quad (4.4)$$

Berücksichtigt man zusätzlich bei der Spannungsspeisung einen Zuleitungswiderstand R_L , ergibt sich

$$U_{\text{out,UL}} = U_{\text{out,U}} \frac{R_B}{R_B + R_L}. \quad (4.5)$$

Setzt man Gleichung 3.42 in die Grundgleichungen der Wheatstonebrücke ein, so ergeben sich die in Tabelle 4.1 gezeigten Ausgangsspannungen. Daraus ergeben sich folgende wichtige Aussagen:

- Die Wheatstonebrücke subtrahiert den Grundwiderstand in allen Fällen aus dem Messwert, die Ausgangsspannung ist linear abhängig von r und weist keinen Gleichanteil auf. Dabei weist die Viertelbrücke eine Linearitätsabweichung auf, deren Größenordnung sich aus dem Verhältnis von $2r$ und 4 ergibt.
- Die Empfindlichkeit gegenüber r steigt von Viertel- zu Vollbrücke von etwa $1/4$ über $1/2$ zu 1.
- Der Messeffekt r wird durch Speisespannung oder -strom proportional verstärkt.
- α_R wird bei der Spannungsspeisung subtrahiert, bei der Stromspeisung nicht.
- α_B wird auch bei Spannungsspeisung nicht aus der Messung subtrahiert.
- Ein Wechsel von Spannungs- zu Stromspeisung hat einen Vorzeichenwechsel des Ausgangssignals zur Folge.

Diese Aussagen beziehen sich auf das Ausgangssignal der Wheatstonebrücke. Durch das thermische Rauschen der Messwiderstände wird die erzielbare Unsicherheit nach unten limitiert. Das thermische Rauschen wird mit der Boltzmann-Konstante $k_B = (1,380\,648\,52 \pm 0,000\,000\,79)\text{E}-23\text{ J/K}$ [89], der absoluten Temperatur ϑ , der Bandbreite B sowie dem Grundwiderstand R_0 beschrieben und resultiert in dem Effektivwert der Rauschspannung

$$U_{\text{R,noise}} = \sqrt{4k_B \vartheta R_0 B}. \quad (4.6)$$

Der Effektivwert entspricht einem Momentanwert der Spannung über dem Widerstand mit Erwartungswert 0 sowie einer Standardabweichung in Höhe des Effektivwerts ¹.

Diese Gleichung gilt für einen Einzelwiderstand. Wird stattdessen ein Spannungsteiler zur Widerstands-umformung verwendet, ergibt sich, vergleiche Anhang C,

$$U_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{\text{ex}} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{\text{R,noise2}} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{\text{R,noise1}}. \quad (4.7)$$

Ist $R_1 = R_2$, weisen die Rauschspannungsquellen zwar gleiche Varianz ($\sqrt{4k_B \vartheta R_0 B}$) und Mittelwert (0) auf, können jedoch nicht ohne Weiteres voneinander subtrahiert werden. Stattdessen müssen die Rechenregeln für Varianzen beachtet werden. Für diesen Fall ergibt sich als Vorfaktor der Rauschspannungsquellen jeweils $1/2$. Aus der geometrischen Addition der Rauschspannungsquellen zur Gesamtrauschspannung einer Halbbrücke $U_{\text{HB,noise}}$ ergibt sich, dass die Halbbrücke mit einer um Faktor $1/\sqrt{2}$ reduzierten

¹ Die Aussage, der Effektiv- oder RMS-Wert einer Messung von weißem Rauschen entspräche der Standardabweichung, ist in der Literatur häufig zu finden, jedoch ist dem Autor keine Quelle bekannt, welche dies mathematisch begründet. Dies soll hier nachgeholt werden: Der RMS-Wert einer Messung des Rauschens mit N Messwerten X_i ergibt sich zu $X_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2}$. Die empirische Standardabweichung ist in Gleichung 6.3 definiert und zeigt für Mittelwert 0 fast die gleiche Formel, jedoch mit dem Vorfaktor $1/(N-1)$ anstatt $1/N$. Die Definition mit $1/(N-1)$ ergibt sich, weil dies der erwartungstreue Schätzer für die Varianz der Grundgesamtheit auf Basis der Stichprobe ist. Da der Mittelwert von weißem Rauschen jedoch zu null definiert ist, liegt hier zur Berechnung der Standardabweichung zusätzliche Information vor, die als eine weitere Messung angesehen werden kann. Damit ergibt sich die Äquivalenz beider Formeln.

Tabelle 4.1.: Gleichungen der Wheatstonebrücken-Anordnungen unter Berücksichtigung der Temperaturkoeffizienten. Ausgangsspannung bei Spannungsspeisung $U_{\text{out,U}}$ nach Gleichung 4.3, Ausgangsspannung bei Stromspeisung $U_{\text{out,I}}$ nach Gleichung 4.4, Ausgangsspannung bei Spannungsspeisung unter Berücksichtigung des Leitungswiderstands $|U_{\text{out,UL}}|$ nach Gleichung 4.5, sowie Brückenwiderstand R_B nach Gleichung 4.5, jeweils durch Einsetzen von Gleichung 3.42 sowie der Widerstandsänderungen nach Abbildung 2.8.

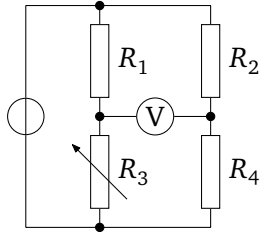
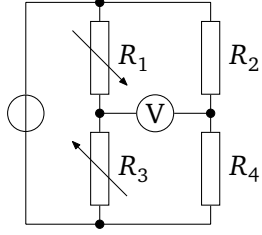
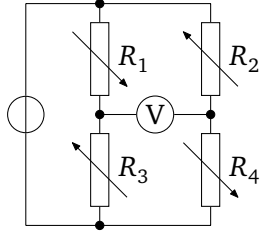
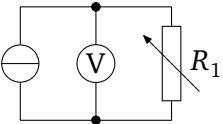
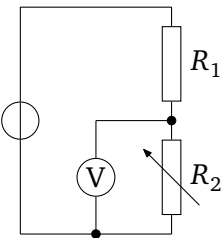
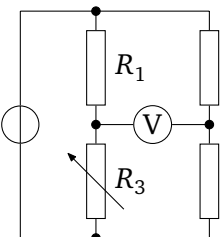
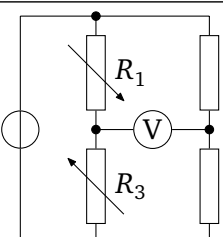
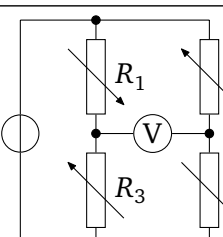
Viertelbrücke	$ U_{\text{out,U}} _{\Delta\vartheta=0}$	$\frac{r}{2r+4}U_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,U}} $	$\frac{r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)}{2r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)+4}U_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,I}} $	$-\frac{r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)}{r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)+4}R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)I_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,UL}} $	$\frac{r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)}{(2R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)(1+\alpha_B\Delta\vartheta)+R_L(1+\alpha_B\Delta\vartheta))r+4(R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)+R_L)}U_{\text{ex}}$	
	R_B	$\frac{2r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)+4}{r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)+4}R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)$	
Halbbrücke	$ U_{\text{out,U}} _{\Delta\vartheta=0}$	$\frac{r}{2}U_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,U}} $	$\frac{r}{2}(1+\alpha_B\Delta\vartheta)U_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,I}} $	$-\frac{r}{2}(1+\alpha_R\Delta\vartheta)(1+\alpha_B\Delta\vartheta)R_0I_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,UL}} $	$\frac{r}{2}(1+\alpha_B\Delta\vartheta)\frac{R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)}{R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)+R_L}U_{\text{ex}}$	
	R_B	$R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)$	
Vollbrücke	$ U_{\text{out,U}} _{\Delta\vartheta=0}$	rU_{ex}	
	$ U_{\text{out,U}} $	$r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)U_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,I}} $	$-r(1+\alpha_R\Delta\vartheta)(1+\alpha_B\Delta\vartheta)R_0I_{\text{ex}}$	
	$ U_{\text{out,UL}} $	$r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)\frac{R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)}{R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)+R_L}U_{\text{ex}}$	
	R_B	$R_0(1+\alpha_R\Delta\vartheta)$	

Tabelle 4.2.: Bestimmungsgleichungen für den Signal-Rausch-Abstand (SNR) der für die elektromechanische Sensorik wichtigen Umformungsschaltungen von einer relativen Widerstandsänderung r zu einer Spannungsänderung. Um die Unterschiede zwischen den Gleichungen herauszuarbeiten, wird die Abkürzung $K = Bk_B\vartheta R_0(1 + \alpha_R\Delta\vartheta)$ verwendet. Die Ergebnisse für das Signal wurden durch Einarbeiten der Widerstandszuordnung in Gleichung 3.42 sowie Einsetzen in Gleichung 4.3 bzw. Gleichung 4.4 erhalten. Für das Rauschen wurde die Widerstandszuordnung in Gleichung 4.6 eingearbeitet und die Rauschquellen entsprechend der Verhältnisse in Gleichung 4.7 und Gleichung 4.9 geometrisch addiert.

Schaltung	Widerstandszuordnung	SNR
	$R_1 = R_0(1 + r)$	$\frac{r(1 + \alpha_R\Delta\vartheta)(1 + \alpha_B\Delta\vartheta) + \alpha_R\Delta\vartheta}{2\sqrt{K(r + r\alpha_R\Delta\vartheta + 1)}} R_0 I_{\text{ex}}$
	$R_1 = R_0$ $R_2 = R_0(1 + r)$	$\frac{r(1 + \alpha_B\Delta\vartheta)}{(8 + 4r + 4r\alpha_B\Delta\vartheta)\sqrt{K\frac{(r+r\alpha_B\Delta\vartheta+1)}{(r+r\alpha_B\Delta\vartheta+2)}}} U_{\text{ex}}$
	$R_1 = R_0$ $R_2 = R_0$ $R_3 = R_0(1 + r)$ $R_4 = R_0$	$\frac{r(1 + \alpha_B\Delta\vartheta)}{(8 + 4r + 4r\alpha_B\Delta\vartheta)\sqrt{K\frac{(3r+3r\alpha_B\Delta\vartheta+4)}{2r(1+\alpha_B\Delta\vartheta)+4}}} U_{\text{ex}}$
	$R_1 = R_0(1 - r)$ $R_2 = R_0$ $R_3 = R_0(1 + r)$ $R_4 = R_0$	$\frac{\sqrt{2}r(1 + \alpha_B\Delta\vartheta)}{4\sqrt{K(2 - r^2 - 2r^2\alpha_B\Delta\vartheta - (r\alpha_B\Delta\vartheta)^2)}} U_{\text{ex}}$
	$R_1 = R_0(1 - r)$ $R_2 = R_0(1 + r)$ $R_3 = R_0(1 + r)$ $R_4 = R_0(1 - r)$	$\frac{r(1 + \alpha_B\Delta\vartheta)}{2\sqrt{K[1 - r^2 - 2r^2\alpha_B\Delta\vartheta - (r\alpha_B\Delta\vartheta)^2]}} U_{\text{ex}}$

Standardabweichung gegenüber einem Einzelwiderstand desselben R_0 rauscht. Gleichzeitig wird das Signal um den Faktor 0,5 geschwächt. Insgesamt wird der SNR, hier definiert als

$$\text{SNR} = \frac{\text{Signaleffektivwert}}{\text{Rauscheffektivwert}} \quad (4.8)$$

also schlechter.

Für eine Wheatstonebrücke ergibt sich auf vergleichbarem Rechenweg

$$U_{\text{out}} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{ex}} - \frac{R_3 R_4 + R_2 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise1}} + \frac{R_1 R_4 + R_3 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise2}} \\ + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise3}} - \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise4}}. \quad (4.9)$$

Ist $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$, entspricht das Rauschen des Ausgangs einer Wheatstonebrücke $U_{\text{WB,noise}}$ dem eines Einzelwiderstands mit gleichem Grundwiderstand R_0 . Das Signal ist jedoch $r U_{\text{ex}}$, anstatt $R_0 U_{\text{ex}}$. Die SNR der für die elektromechanische Sensorik wichtigen Umformungsschaltungen sind in Tabelle 4.2 gegenübergestellt. Der Verlauf für ausgewählte Werte wird in Abbildung 4.2 gezeigt.

Es stellt sich die Frage nach der minimal detektierbaren Widerstandsänderung. Eine allgemeine Definition hierfür existiert nicht, sie hängt davon ab, welche Unsicherheit man in Kauf nimmt. Definiert man einen SNR von 2 als Detektionsschwelle, liegt das Signal um exakt eine Standardabweichung über dem Rauschen. Der sich dann ergebende Verlauf ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Fazit

Anhand dieser Ergebnisse lässt sich festhalten, dass relative Widerstandsänderungen im Bereich $1\text{E}-8$ gegenüber thermischem Rauschen unterscheidbar sind. Der genaue Wert sinkt (=besserer SNR) linear mit der Speisespannung bzw. dem Strom und steigt (=schlechtere SNR) proportional zu $\sqrt{R_0}$, \sqrt{B} und $\sqrt{\vartheta}$. Aus der Abhängigkeit von U_{ex} und $\sqrt{R_0}$ ist ersichtlich, dass bei konstanter Speiseleistung $P = U^2/R$ auch der SNR konstant ist. Diese Aussage ist besonders relevant, da sich aus der – durch das Material gegebenen – maximalen Temperatur eines Messwiderstands über ein thermisches Modell eine maximale Speiseleistung berechnen lässt. Aus dieser wiederum kann der maximale SNR des Messwiderstands abgeleitet werden. Ob die Leistung durch Spannungs- oder Stromspeisung erreicht wird, ist für die minimal detektierbare Widerstandsänderung unerheblich.

4.1.2 Verstärkung und Digitalisierung der Spannung

Die in Abschnitt 4.1.1 vorgestellten Schaltungen erfordern zur Auswertung eine Speisung mit Konstantstrom oder -spannung und stellen als Ausgangssignal eine analoge Spannung zur Verfügung. Für diese Aufgaben werden zur Speisung Digital-Analog-Converter (DAC) und zur Digitalisierung Analog-to-Digital-Converter (ADC) eingesetzt. Beide sind auf eine Referenzspannung angewiesen, die entweder intern oder als separater Baustein realisiert wird. Das Nutzsignal des Sensors von meist wenigen Millivolt wird zur Erhöhung der Robustheit gegen Einkopplungen durch einen Verstärker angehoben. Der Verstärkungsfaktor wird so vorzugsweise so angepasst, dass das Signal den Eingangsspannungsbereich des folgenden ADC möglichst gut ausnutzt. Die hierfür benötigten integrierten Schaltungen Verstärker, Digital-Analog-Converter (DAC), ADC und Referenzspannungsquelle werden in den folgenden Unterkapiteln betrachtet. Die Informationen wurden teilweise während der Masterarbeit OHDE erarbeitet und werden hier in überarbeiteter Form mit Ergänzungen aus weiteren Quellen [91–97] dargelegt.

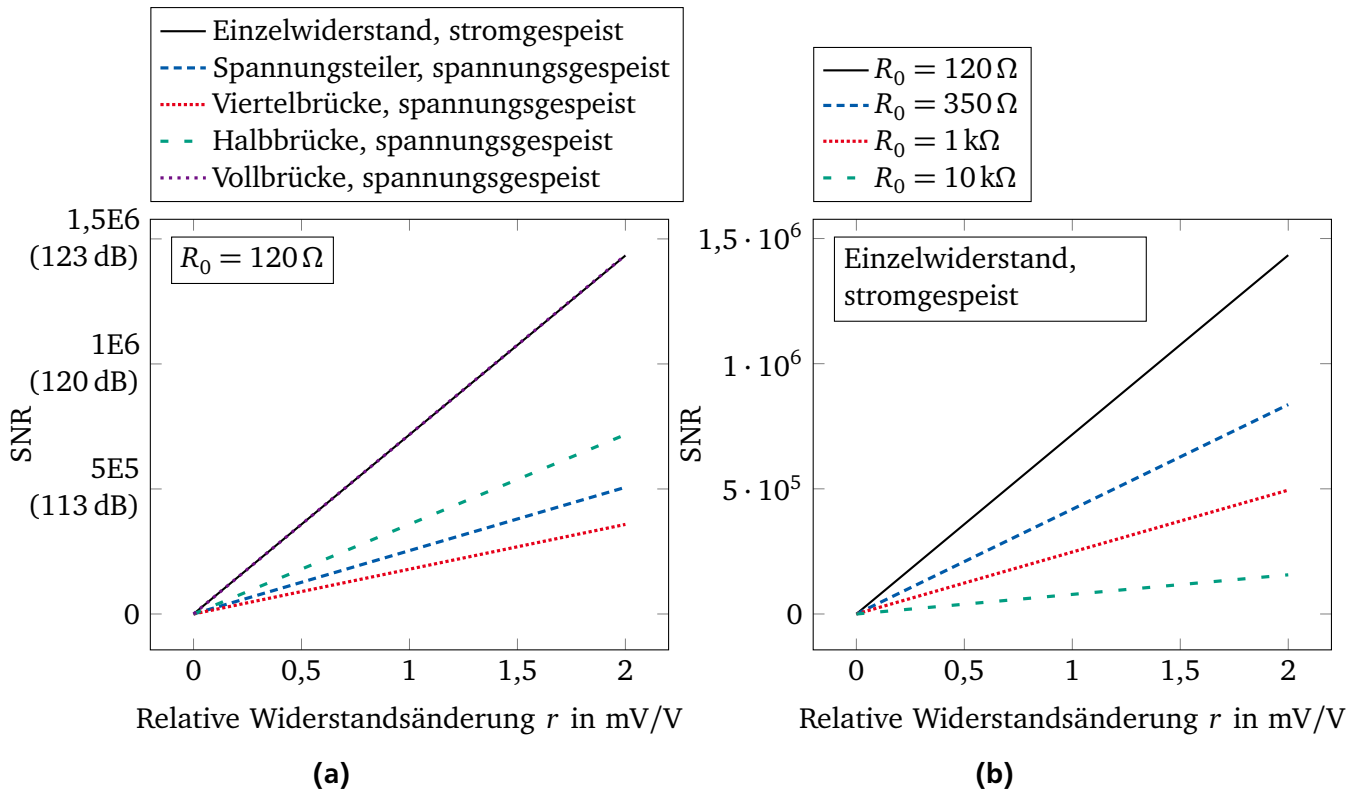


Abb. 4.2.: Signal-Rausch-Abstand (SNR) der für die elektromechanische Sensorik wichtigen Umformungsschaltungen von einer relativen Widerstandsänderung r zu einer Spannungsänderung, variiert über die Umformungsschaltung (a) und den Grundwiderstand R_0 (b). Die Temperatur beträgt $\vartheta = 293,15 \text{ K}$, die Bandbreite $B = 1 \text{ Hz}$. U_{ex} beträgt 1 V , I_{ex} wurde jeweils mit U_{ex}/R_0 berechnet, um identische Speiseleistung zu erhalten. Die Speiseleistung wird für jedes R_0 aus dem konstanten U_0 berechnet, sie variiert daher mit R_0 . Die Ergebnisse für das Signal wurden durch Einarbeiten der Annahmen aus Tabelle 4.2 in Gleichung 3.42 sowie Einsetzen in Gleichung 4.3 bzw. Gleichung 4.4 erhalten. Für das Rauschen wurden die Annahmen in Gleichung 4.6 eingearbeitet und die Rauschquellen entsprechend der Verhältnisse in Gleichung 4.7 und Gleichung 4.9 geometrisch addiert.

In Datenblättern von integrierten Schaltkreisen werden Temperaturkoeffizienten auf zwei verschiedene Weisen angegeben: additiv und multiplikativ zur temperaturabhängigen Grundgröße. Erstere werden in dieser Arbeit mit β bezeichnet, letztere mit α . Soll beispielsweise die Temperaturabhängigkeit eines Widerstands beschrieben werden, ergibt sich im ersten Fall $R(\vartheta) = R(\vartheta = \vartheta_0 \text{ref}) + \beta_R \Delta\vartheta$ mit β_R in Ω/K und im zweiten Fall $R(\vartheta) = R(\vartheta = \vartheta_0 \text{ref})(1 + \alpha_R \Delta\vartheta)$ mit α_R in $1/\text{K}$.

4.1.2.1 Nicht-invertierender Verstärker

Nicht-invertierende Verstärker, Abbildung 4.4, werden zur Verstärkung von massebezogenen Signalen eingesetzt, beispielsweise bei der Auswertung eines stromgespeisten Einzelwiderstands. Die ideale Übertragungsfunktion von der Eingangsspannung $U_{\text{in,NIamp}}$ zur Ausgangsspannung $U_{\text{out,NIamp}}$ zeigt eine Verstärkung g , die durch die Rückkopplung mit den beiden Widerständen R_1 und R_N bestimmt wird:

$$U_{\text{out,NIamp,ideal}} = \left(1 + \frac{R_N}{R_1}\right) U_{\text{in,NIamp}} = g U_{\text{in,NIamp}}. \quad (4.10)$$

Größen, die eine Abweichung von diesem idealen Verhalten verursachen, sind:

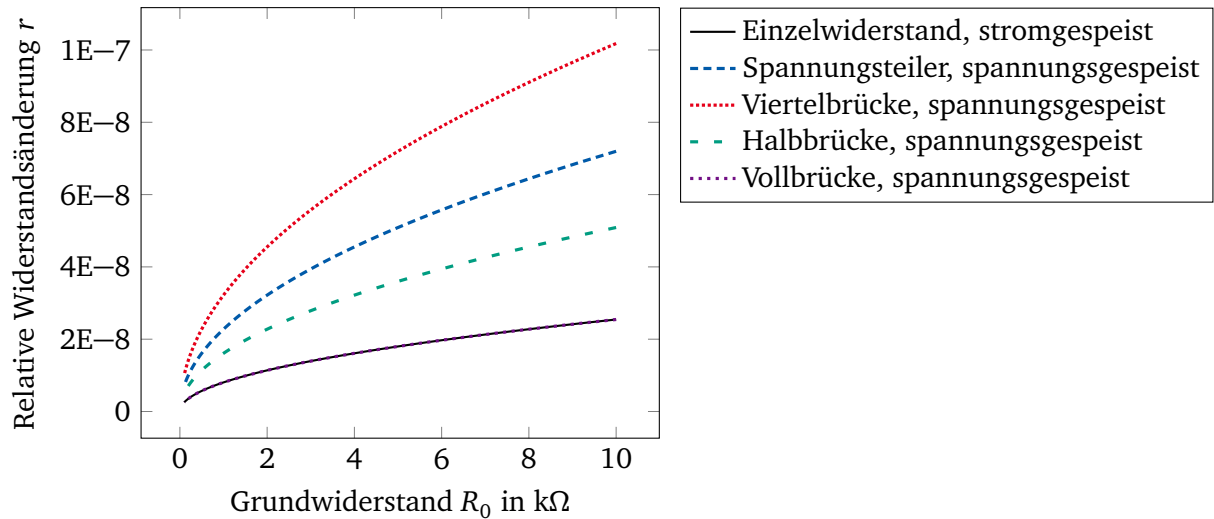


Abb. 4.3.: Auflösungsgrenze von relativen Widerstandsänderungen r , aufgetragen über dem Grundwiderstand R_0 für verschiedene Schaltungen. Aufgetragen ist die Kurve, bei der $\text{SNR}=2$ erreicht wird. Die Temperatur beträgt $\vartheta = 293,15 \text{ K}$, $\Delta\vartheta = 0 \text{ K}$, $B = 1 \text{ Hz}$. U_{ex} beträgt 1 V , I_{ex} wurde jeweils mit U_{ex}/R_0 berechnet, um die gleiche Speiseleistung zu erhalten. Die Ergebnisse für das Signal wurden durch Einarbeiten der Annahmen aus Tabelle 4.2 in Gleichung 3.42 sowie Einsetzen in Gleichung 4.3 bzw. Gleichung 4.4 erhalten. Für das Rauschen wurden die Annahmen in Gleichung 4.6 eingearbeitet und die Rauschquellen entsprechend der Verhältnisse in Gleichung 4.7 und Gleichung 4.9 geometrisch addiert. R_0 und r wurden über einen großen Wertebereich variiert und mit der Matlab-Funktion `contour` die Höhenlinie $\text{SNR}=2$ extrahiert.

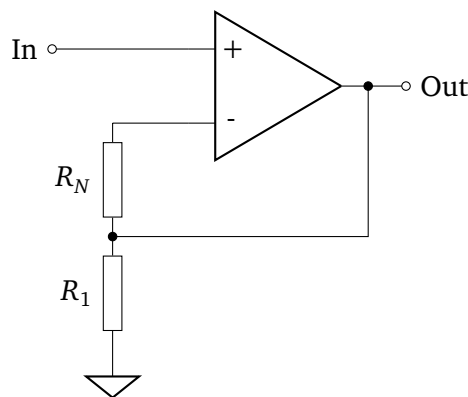


Abb. 4.4.: Nicht-invertierender Verstärker.

- Toleranzen der Widerstände R_1 und R_N ;
- Temperaturkoeffizienten α_R von R_1 und R_N ;
- Rauschen der Widerstände R_1 und R_N ;
- Offsetspannung des Operationsverstärkers;
- Eingangsstrom (Biasstrom) des Operationsverstärkers;
- endliche Verstärkung des Operationsverstärkers;
- endliche Gleichtaktunterdrückung des Operationsverstärkers;
- Spannungs- und Stromrauschen des Operationsverstärkers.

Einige dieser Größen werden im Folgenden genauer betrachtet, anschließend wird ein funktionaler Zusammenhang aller Eingangsgrößen aufgestellt.

Offsetspannung U_{offset} in V

Da die Transistoren der Eingangsstufe von realen Verstärkern nicht identisch sind, kann auch bei $U_{\text{diff}} = 0\text{V}$ die Ausgangsspannung ungleich 0 sein. Die Abweichung nennt man Offsetspannung U_{offset} . Typische Werte für darauf optimierte Verstärker liegen im ein- bis zweistelligen μV -Bereich. U_{offset} wirkt, multipliziert mit der Verstärkung g , additiv auf U_{out} .

U_{offset} weist häufig eine nichtlineare Temperaturabhängigkeit auf, die in Datenblättern linearisiert angegeben wird. Genutzt wird meist die Box-Methode. Dabei wird der U_{offset} verschiedener Exemplare über den definierten Temperaturbereich von ϑ_{min} bis ϑ_{max} aufgetragen. Der angegebene Temperaturkoeffizient β_{offset} in V/K berechnet sich zu

$$\beta_{\text{offset}} = \frac{\max(\Delta U) - \min(\Delta U)}{\vartheta_{\text{max}} - \vartheta_{\text{min}}} \quad \text{mit} \quad \Delta U = U_{\text{offset}}(\vartheta) - U_{\text{offset}}(\vartheta = \vartheta_{\text{ref}}). \quad (4.11)$$

Diese Methode liefert realitätsnahe Werte, wenn β_{offset} annähernd linear ist. β_{offset} liegt im einstelligen $\mu\text{V/K}$ Bereich.

Biasstrom I_{bias} und Offset-Strom I_{offset} in A

Die Arbeitspunkteinstellung der Eingangstransistoren eines Operationsverstärkers erfordert einen kleinen Stromfluss I_{bias} in dessen Eingänge. Durch Fertigungstoleranzen können die Biasströme beider Eingänge voneinander abweichen. Die Differenz wird als Offset Strom $I_{\text{offs}} = I_{\text{bias+}} - I_{\text{bias-}}$ bezeichnet. Abhängig vom Quellenwiderstand R_Q der Signalquelle verursachen diese eine Nullpunktabweichung U_{IOff} , die zur Eingangsspannung addiert wird und sich daher verstärkt um g am Ausgang widerspiegelt [94]:

$$U_{\text{IOff}} = I_{\text{bias}} (R_N - R_Q g) + I_{\text{offs}} 2 (R_N + R_Q g). \quad (4.12)$$

Dimensioniert man R_1 und R_N so, dass $R_1 R_N / (R_1 + R_N) = R_Q$, verschwindet der Einfluss von I_B . Übliche Größenordnungen sind nA.

Gleichtaktunterdrückung

Ein idealer Verstärker verstärkt die Eingangs(differenz-)spannung unabhängig von der Höhe der massebezogenen Spannungen U_+ und U_- . Bei einem realen Verstärker kann die Gleichtaktspannung $(U_+ + U_-)/2$ jedoch nicht vollständig unterdrückt werden. Wie gut die Unterdrückung ist, wird mit der Common Mode Rejection Ratio (CMRR) oder Common Mode Rejection (CMR) als Faktor Differenzverstärkung zu Gleichtaktverstärkung angegeben. Welches Akronym den linearen Faktor und welches die Angabe in dB kennzeichnet, ist herstellerabhängig. In dieser Arbeit kennzeichnet Common Mode Rejection (CMR) die Angabe in dB. Die CMR verursacht eine Nullpunktabweichung U_{cm} am Eingang, die um g verstärkt und zum Ausgang addiert wird:

$$U_{\text{cm}} = \frac{U_+ + U_-}{2 \text{CMRR}} = \left(10^{(\text{CMR}/20)}\right)^{-1} \frac{U_+ + U_-}{2}. \quad (4.13)$$

Eine übliche Größenordnung ist $\text{CMR} = 100\text{dB}$.

Endliche Leerlaufverstärkung

Ein realer Operationsverstärker weist eine hohe, aber endliche Leerlaufverstärkung G auf. Die Eingangs-differenzspannung U_D wird durch diese verstärkt. Für einen nicht-invertierenden Verstärker ergibt sich aus dem Gleichungssystem

$$U_+ = U_{\text{in,InAmp}} \quad (4.14)$$

$$U_- = U_{\text{out}} \frac{R_1}{R_1 + R_N} = \frac{U_{\text{out}}}{g} \quad (4.15)$$

$$U_{\text{out}} = (U_+ - U_-)G \quad (4.16)$$

die Lösung

$$U_{\text{out}} = \frac{R_1 + R_N}{R_1 + \frac{R_1}{G} + \frac{R_N}{G}} U_{\text{in,InAmp}}. \quad (4.17)$$

Subtrahiert man von Gleichung 4.17 das ideale Ergebnis Gleichung 4.10, erhält man die Nullpunktabweichung aufgrund der endlichen Verstärkung G

$$U_G = \left(\frac{G}{G + g} - 1 \right) g U_{\text{in,InAmp}}. \quad (4.18)$$

Eine übliche Größenordnung von G ist $1E5$.

TIETZE und SCHENK [94, S. 526f] erhalten mit einer anderen Herleitung $U_G = -\frac{U_{\text{out}}}{G} g$. Die Formeln sind nicht äquivalent, die Abweichung liegt für viele praktisch relevante Fälle ($G = 1E4 \dots 1E5$; $g = 1 \dots 100$) unter $1E-3$. Außerhalb dieses Bereichs zeigt die hier hergeleitete Formel unrealistisch große Abweichungen.

Spannungs- und Stromrauschen $U_{\text{amp,noise}}$ und $I_{\text{amp,noise}}$

Das Rauschen eines Verstärkers setzt sich aus Spannungs- und Stromrauschen U_{noise} und I_{noise} zusammen. Beide stellen separate, unkorrelierte Zufallsgrößen dar. Bandbreitenlimitiertes weißes Rauschen weist per Definition eine Standardnormalverteilung mit Mittelwert 0 auf, deren Standardabweichung durch den RMS-Wert (Root Mean Square (RMS)) gegeben ist. Für die in dieser Arbeit betrachteten Präzisionsverstärker mit DC-Kopplung kann dieses nicht vernachlässigt werden.

Das für die Modellgleichung gesuchte Rauschen muss daher aus dem Integral der beiden Rauschleistungsdichten q_U in $V/\text{Hz}^{1/2}$ und q_I in $A/\text{Hz}^{1/2}$ sowie der Bandbreite $B = f_{\text{max}} - f_{\text{min}}$ des Systems ermittelt werden. Die Rauschleistungsdichte setzt sich im hier betrachteten Bereich niedriger Frequenzen aus dem

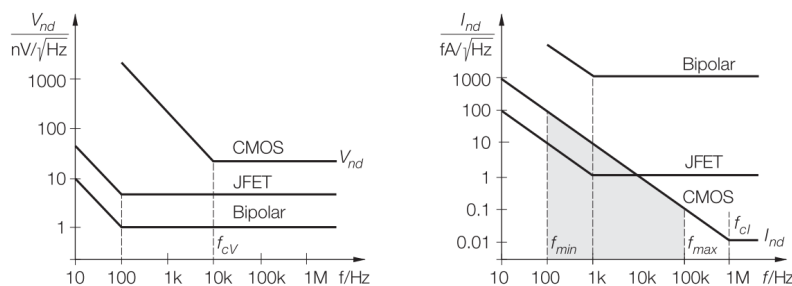


Abb. 4.5.: Beispiele für den Verlauf von Spannungs- und Stromrauschdichte in Abhängigkeit der Frequenz und der Technologie [94, S. 540].

weißen Rauschen sowie $1/f$ -Rauschen zusammen. Beide Phänomene sind unkorreliert und können in einer vorgelagerten Berechnung zur Rauschleistungsdichte des Verstärkers zusammengefasst werden. Dazu benötigt man die weißen Rauschleistungsdichten $U_{\text{WN,dens}}$ bzw. $I_{\text{WN,dens}}$ sowie die Knickfrequenzen $f_{\text{WN,U}}$ bzw. $f_{\text{WN,I}}$. Diese werden in der Regel in Form eines Plots von $\sqrt{q_U}$ und $\sqrt{q_I}$ im Datenblatt angegeben.

$$q_U = U_{\text{WN,dens}}^2 \left(1 + \frac{f_{\text{WN,U}}}{f} \right) \quad \text{bzw.} \quad q_I = I_{\text{WN,dens}}^2 \left(1 + \frac{f_{\text{WN,I}}}{f} \right). \quad (4.19)$$

Die Wurzel aus dem Integral des Ansatzes mit den Grenzen f_{min} und f_{max} ergibt den gesuchten RMS-Wert, der als Standardabweichung der Zufallsvariable in die Modellgleichung eingesetzt wird. Exemplarisch durchgeführt für das Spannungsrauschen:

$$U_{\text{noise},\sigma} = \sqrt{\int_{f_{\text{min}}}^{f_{\text{max}}} q_U df} = U_{\text{WN,dens}} \sqrt{\left(f_{\text{WN,U}} \ln \left(\frac{f_{\text{max}}}{f_{\text{min}}} \right) + (f_{\text{max}} - f_{\text{min}}) \right)} \quad (4.20)$$

Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass die Größen eingangsseitig angegeben werden, das heißt U_{noise} wirkt additiv zur Eingangsspannung, I_{noise} fließt durch den Quellwiderstand R_Q . Beide werden mit g verstärkt. Übliche Größenordnungen sind in Abbildung 4.5 dargestellt.

Modellgleichung des nicht-invertierenden Verstärkers

Unter Berücksichtigung der genannten Größen wird die ideale Gleichung 4.10 eines nicht-invertierenden Verstärkers erweitert. Dazu werden eingangsseitig die Offsetspannung U_{offset} mit ihrem Temperaturkoeffizienten β_{offset} , das Rauschen des Quellwiderstands $U_{\text{q,noise}}$, das Spannungs- und Stromrauschen des Operationsverstärkers $U_{\text{amp,noise}}$ und $I_{\text{amp,noise}}$ und die Spannungsminderung durch I_{bias} berücksichtigt. Im Rückkopplungszweig wird ebenfalls I_{bias} und zusätzlich I_{offset} berücksichtigt, ebenso das Rauschen der beiden Rückkopplungswiderstände $U_{\text{R1,noise}}$ und $U_{\text{RN,noise}}$ entsprechend der in Abschnitt 4.1.1 hergeleiteten Verhältnisse für einen Spannungsteiler. Im Operationsverstärker wird eine endliche Leerlaufverstärkung G berücksichtigt. Dies führt auf das Gleichungssystem

$$U_+ = U_{\text{in}} - R_Q I_{\text{bias}} + U_{\text{q,noise}} + U_{\text{offset}}(1 + \beta_{\text{offset}} \Delta \vartheta) + U_{\text{amp,noise}} + R_Q I_{\text{amp,noise}}; \quad (4.21)$$

$$U_- = \frac{R_1}{R_1 + R_N} U_{\text{out}} + \frac{R_1}{R_1 + R_N} U_{\text{R1,noise}} - \frac{R_N}{R_1 + R_N} U_{\text{RN,noise}} - \frac{R_1 R_N}{R_1 + R_N} I_{\text{offset}} - \frac{R_1 R_N}{R_1 + R_N} I_{\text{bias}}; \quad (4.22)$$

$$U_{\text{out}} = (U_+ - U_-)G. \quad (4.23)$$

Dabei kann die letzte Gleichung noch um einen Term $(U_+ + U_-)/(2\text{CMRR})$ ergänzt werden, der die Gleichtaktunterdrückung berücksichtigt. Dabei würden alle Abweichungen vom Idealverhalten korrekt bei der Berechnung einer Abweichung eingeschlossen. Die Lösung des Gleichungssystems wird jedoch sehr unübersichtlich. Eine Vereinfachung ergibt sich, wenn $(U_+ - U_-)/2 \approx U_{\text{in}}$ angenommen und die Gleichtaktunterdrückung durch eine eingangsseitige Spannungsquelle $U_{\text{in}}/\text{CMRR}$ berücksichtigt wird. Der Fehler durch diese Vereinfachung liegt darin, dass zusätzliche Abweichungen aufgrund der endlichen Gleichtaktunterdrückung der eingangsseitigen Abweichungen nicht berücksichtigt werden. Die Abweichungen vom idealen Verhalten betragen selten mehr als 1 %, die CMRR 1E4 oder mehr. Der entstehende Fehler liegt daher im Bereich kleiner 1E−5 und wird zugunsten der Lesbarkeit der Gleichung in Kauf genommen.

Die Lösung des Gleichungssystems mit der Ergänzung der besprochenen Spannungsquelle lautet

$$U_{\text{out}} = \overbrace{\frac{R_1 + R_N}{R_1 + \frac{R_1}{G} + \frac{R_N}{G}}}^{g \text{ für } G \rightarrow \infty} \left[U_{\text{in}} + \frac{U_{\text{in}}}{\text{CMRR}} + U_{\text{offset}} + U_{\text{amp,noise}} + R_Q I_{\text{amp,noise}} + U_{\text{q,noise}} \right] + \frac{1}{R_1 + \frac{R_1}{G} + \frac{R_N}{G}} \left[(R_1 R_N) I_{\text{offset}} + (R_1 R_N - R_Q (R_1 + R_N)) I_{\text{bias}} - R_1 U_{\text{R1,noise}} + R_N U_{\text{RN,noise}} \right]. \quad (4.24)$$

Temperaturkoeffizienten wurden der Übersichtlichkeit halber weggelassen. Sie können problemlos zu den Widerständen und zu U_{offset} in der Form $R = R_0(1 + \alpha_R \Delta\vartheta)$ bzw. $U_{\text{offset}} = U_{\text{offset},\vartheta 0} + \beta_{\text{Offset}} \Delta\vartheta$ ergänzt werden. Mit dieser Gleichung kann das Verhalten eines nicht-invertierenden Verstärkers inklusive der Abweichungen vom Idealverhalten und des Rauschens modelliert werden.

4.1.2.2 Instrumentationsverstärker

Instrumentationsverstärker (InAmp) sind eine in der elektromechanischen Sensorik sehr wichtige Verschaltung von Operationsverstärkern. Sie bestehen in der klassischen 3-Verstärker-Anordnung, Abbildung 2.9(b), aus einem Differenzverstärker mit Verstärkung 1 sowie zwei nicht-invertierenden Eingangsverstärkern, deren Widerstände nach Masse zusammengefasst werden. Damit ist eine Differenzbildung zweier Signale mit hohem Eingangswiderstand möglich, wobei die Verstärkung über einen einzelnen Widerstand – extern, fest integriert oder programmierbar – eingestellt wird. Die Differenzbildung am Eingang mit einem massebezogenen Signal am Ausgang wird auch als Differential-to-Single-ended-Conversion bezeichnet. Der ideale funktionale Zusammenhang zwischen Eingängen und Ausgang eines Instrumentationsverstärkers ist daher

$$U_{\text{InAmp,ideal}} = g (U_{\text{in},+} - U_{\text{in},-}). \quad (4.25)$$

Der zweite wesentliche Aspekt des Instrumentationsverstärkers ist eine möglichst hohe CMR, die gerade bei Wheatstonebrücken entscheidend für die Auswertung ist.

Instrumentationsverstärker sind in der Regel als Präzisionsverstärker für Niederfrequenz ausgelegt und weisen daher niedrige Bandbreiten, Biasströme und Rauschleistungsdichten bei hoher maximaler Verstärkung auf. Gegenüber den in Abschnitt 4.1.2.1 für einen nicht-invertierenden Verstärker beschriebenen Eingangsgrößen ist bei einem Instrumentationsverstärker zu beachten, dass zwei Eingangssignale $U_{\text{in},-}$ und $U_{\text{in},+}$ mit den Quellenwiderständen $R_{Q,-}$ und $R_{Q,+}$ anliegen. Dies ist auch bei der Betrachtung der Gleichtaktunterdrückung entscheidend, da nur bei guter Unterdrückung der Gleichtaktspannung $(U_{\text{in},-} + U_{\text{in},+})/2$ eine nutzbare Differenzbildung erfolgt.

Aufgrund der zwei Eingangssignale verändern sich gegenüber dem nicht-invertierenden Verstärker auch die Auswirkungen der Bias-Ströme in die beiden Eingänge. Während es bei dem nicht-invertierenden Verstärker mit einem Signaleingang zweckmäßig ist, den Offset-Strom komplett am nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers zu berücksichtigen, ist beim Instrumentationsverstärker eine symmetrische Behandlung der Eingänge zielführender. Der Bias- und der Offset-Strom werden daher auf $I_+ = I_{\text{bias}} - \frac{I_{\text{offs}}}{2}$ und $I_- = I_{\text{bias}} + \frac{I_{\text{offs}}}{2}$ aufgeteilt.

Ein weiterer Unterschied betrifft die Nullpunktspannung. Da die Verstärkung in der ersten Stufe stattfindet, wird deren Nullpunktspannung ebenfalls verstärkt. Die Nullpunktspannung der zweiten Stufe wird nicht verstärkt. Bezogen auf den Eingang wird, umgekehrt betrachtet, die Nullpunktspannung der zweiten Stufe um g abgeschwächt. Zur besseren Vergleichbarkeit wird daher in Datenblättern die eingangsbezogene Nullpunktspannung (Offset related to input – RTI) angegeben:

$$U_{\text{Offset,RTI}} = U_{\text{Offset,In}} + \frac{U_{\text{Offset,Out}}}{g}. \quad (4.26)$$

Gleiches gilt für das Rauschen.

Aus diesen Betrachtungen wird das Gleichungssystem

$$U_+ = U_{in,+} - R_{Q,+} \left(I_{bias} - \frac{I_{Offs}}{2} \right) + U_{Q+,noise} + R_{Q,+} I_{amp,noise} \quad (4.27a)$$

$$U_- = U_{in,-} - R_{Q,-} \left(I_{bias} + \frac{I_{Offs}}{2} \right) + U_{Q-,noise} + R_{Q,-} I_{amp,noise} \quad (4.27b)$$

$$U_{InAmp} = \left(U_+ - U_- + U_{amp,in,noise} + U_{Offset,In} + U_{LinDev} + \frac{U_{in,+} + U_{in,-}}{2CMRR} \right) g + U_{amp,out,noise} + U_{Offset,Out} \quad (4.27c)$$

aufgestellt, dessen Lösung

$$U_{InAmp} = \left[U_{in,+} - U_{in,-} + I_{bias}(R_{Q,-} - R_{Q,+}) + \frac{I_{Offs}}{2}(R_{Q,-} + R_{Q,+}) + U_{Q+,noise} - U_{Q-,noise} \right. \\ \left. + (R_{Q,+} - R_{Q,-})I_{amp,noise} + U_{amp,in,noise} + U_{Offset,In} + U_{LinDev} + \frac{U_{in,+} + U_{in,-}}{2CMRR} \right] g \\ + U_{amp,out,noise} + U_{Offset,Out} \quad (4.28)$$

ist. Dabei wurde bezüglich der Gleichtaktunterdrückung eine ähnliche Vereinfachung wie in Gleichung 4.24 getroffen: $(U_+ + U_-)/2 \approx (U_{in,+} + U_{in,-})/2$. Temperaturkoeffizienten wurden zur Erhöhung der Übersichtlichkeit weggelassen.

4.1.2.3 Analog-Digital-Wandler

Analog-to-Digital-Converter (ADC) wandeln eine analoge Spannung $U_{ADC,in}$ in einen digitalen Wert X_{ADC} . Die ideale Übertragungskennlinie eines ADC ergibt sich aus dem Verhältnis der Eingangsspannung $U_{ADC,in}$ zu einer Referenzspannung $U_{ADC,ref}$. Zur Diskretisierung wird der Wertebereich dieses Verhältnisses in $2^{N_{ADC,bit}}$ Intervalle unterteilt, wobei jedem Intervall ein digitaler Ausgangswert so zugeordnet ist, dass der Wertebereich 0 bis $2^{N_{ADC,bit}} - 1$ abgedeckt wird. Die ideale Modellgleichung ergibt sich damit zu

$$X_{ADC,ideal} = \left\lfloor \left(2^{N_{ADC,bit}} - 1 \right) \frac{U_{ADC,in}}{U_{ADC,ref}} \right\rfloor. \quad (4.29)$$

Die Breite jedes Intervalls definiert die Auflösung. Sie wird, da sie die Wertigkeit des niederwertigsten Bits des Ausgangscodes repräsentiert, als Least Significant Bit (LSB) bezeichnet.

Um die ideale Gleichung 4.29 zu erweitern, werden folgende Größen betrachtet:

- **Integrale Nichtlinearität (INL) $X_{ADC,INL}$ in Bit.** Kennzeichnet die maximale Abweichung der Übertragungskennlinie von der idealen Kennlinie.
- **Offsetfehler $U_{ADC,off}$ in V.** Kennzeichnet die Abweichung zwischen dem ersten Codewechsel der realen und der idealen Übertragungsfunktion.
- **Verstärkung g_{ADC} .** Ist im Idealfall 1.
- **Rauschspannung $U_{ADC,noise}$ in V.** Kennzeichnet das Rauschen des analogen Teils des ADC.
- **Quantisierungsfehler $X_{ADC,Q}$ in Bit.** Beträgt immer $\pm 0,5$ LSB.
- **Referenzspannung $U_{ADC,ref}$ in V.** Die Referenzspannung aus der idealen Gleichung wird um eine Toleranz erweitert.

Unter Berücksichtigung der aufgezeigten Parameter kann die Modellgleichung des ADC wie folgt erweitert werden

$$X_{ADC} = \left\lfloor \left(2^{N_{ADC,bit}} - 1 \right) g_{ADC} \frac{U_{ADC,in} + U_{ADC,noise} + U_{ADC,off}}{U_{ADC,ref}} + X_{ADC,Q} + X_{ADC,INL} \right\rfloor. \quad (4.30)$$

Temperaturkoeffizienten wurden zur Erhöhung der Übersichtlichkeit weggelassen, können aber problemlos zu den jeweiligen Parametern ergänzt werden.

4.1.2.4 Digital-Analog-Wandler

Ein Digital-Analog-Converter (DAC) wandelt einen digitalen Wert X_{DAC} in eine analoge Größe U_{DAC} . Die Ausgangsspannung eines idealen DAC berechnet sich in Abhängigkeit der Referenzspannung $U_{\text{DAC,ref}}$, der Auflösung N_{DAC} und dem digitalen Code X_{DAC} zu

$$U_{\text{DAC,ideal}} = \frac{U_{\text{DAC,ref}}}{2^{N_{\text{DAC}}} - 1} X_{\text{DAC}}. \quad (4.31)$$

Die Größen, welche die Ausgangsspannung des DAC beeinflussen, sind mit denen eines ADC vergleichbar:

- **Integrale Nichtlinearität (INL) $X_{\text{DAC,INL}}$ in Bit.** Kennzeichnet die maximale Abweichung der Übertragungskennlinie von der idealen Kennlinie.
- **Offset $U_{\text{DAC,offset}}$ in V.** Kennzeichnet die Abweichung zwischen dem ersten Codewechsel der realen und der idealen Übertragungsfunktion.
- **Verstärkung $g_{\text{DAC,gain}}$, dimensionslos.** Ist im Idealfall 1.
- **Rauschspannung $U_{\text{DAC,noise}}$ in V.** Kennzeichnet das Rauschen des analogen Teils des DAC.
- **Referenzspannung $U_{\text{DAC,ref}}$ in V.** Die Referenzspannung aus der idealen Gleichung wird um eine Toleranz erweitert.

Unter Berücksichtigung der aufgezeigten Fehlergrößen wird die ideale Modellgleichung des DAC erweitert:

$$U_{\text{DAC}} = \frac{U_{\text{DAC,ref}}}{2^{N_{\text{DAC}}} - 1} (X_{\text{DAC}} + X_{\text{DAC,INL}}) g_{\text{DAC}} + U_{\text{DAC,offset}} + U_{\text{DAC,noise}} \quad (4.32)$$

4.1.2.5 Referenzspannungsquellen

Referenzspannungsquellen stellen eine rauscharme Spannung zur Verfügung, zur Verwendung zum Beispiel bei ADC und DAC. Im Idealfall geben sie genau die Nennspannung aus:

$$U_{\text{ref}} = U_{\text{ref,Nom}}. \quad (4.33)$$

Folgende Größen beeinflussen dieses ideale Verhalten

- **Abweichung der Ausgangsspannung $U_{\text{ref,Nom}}$ in V.** Die quasistatische Abweichung der Referenzspannung von ihrem Nominalwert wird als „Initial accuracy“ angegeben und beschreibt eine Verteilung der möglichen Werte um den Nominalwert.
- **Spannungsrauschen $U_{\text{ref,noise}}$ in V.**

Die Modellgleichung einer Referenzspannungsquelle ergibt sich mit diesen Größen zu

$$U_{\text{ref}} = U_{\text{ref,Nom}} + U_{\text{ref,noise}}. \quad (4.34)$$

4.1.3 Auswertung mittels Wechselfspannung – Trägerfrequenzprinzip

Betrachtet man Gleichung 4.24 und Gleichung 4.28, so fällt auf, dass mehrere Fehlerspannungen additiv auf die zu messende Spannung wirken. Eine Möglichkeit, den daraus resultierenden Abweichungen entgegenzuwirken, ist, die zu messende Spannung im Frequenzbereich von diesen zu separieren. Das Prinzip ist als Amplitudenmodulation aus der Radioübertragung bekannt und wird in der elektromechanischen Messtechnik auch als Trägerfrequenz-Auswertung bezeichnet. Zu diesem Zweck wird die Umformerschaltung statt mit Gleichspannung/-strom mit einem harmonischen Trägersignal $U_{\text{ex}} = U_C \sin(2\pi f_C t)$ gespeist. Daraus ergibt sich bei einer idealen Vollbrücke ein Ausgangssignal $U_{\text{diff,am}} = r U_C \sin(2\pi f_C t)$.

Nachfolgend wird meist wie bei Gleichspannungsspeisung ein Instrumentationsverstärker eingesetzt, vor allem wegen des hohen Eingangswiderstands und der CMR. Die Demodulation des Signals kann entweder analog vor dem ADC erfolgen oder digital im nachgeschalteten Mikroprozessor. Im Folgenden wird die analoge Demodulation betrachtet, da sie sinngemäß auf die digitale übertragbar ist.

Eine Möglichkeit zur analogen Demodulation wird in Abbildung 4.6 aufgezeigt: Ein Bandpass filtert das modulierte Signal, das resultierende Signal wird gleichgerichtet und mit einem Tiefpass rekonstruiert. Dieses Vorgehen weist jedoch mehrere Probleme auf [98]:

- Die Güte des Bandpasses soll einerseits hoch sein, um möglichst viele Störungen zu unterdrücken. Andererseits wird die Schaltung durch eine hohe Güte auch empfindlicher gegen Schwankungen von f_C , da diese aufgrund der Filtersteilheit Amplitudenschwankungen hervorrufen.
- Der im Signal nach dem Bandpass noch vorhandene negative Anteil des Rauschens wird ebenfalls gleichgerichtet. Er verursacht eine Nullpunktabweichung im Ausgangssignal.
- Da keine Information über die Phasenlage oder die Polarität der Messgröße vorliegt, können Nulldurchgänge der Messgröße nicht detektiert werden. Dieses Problem wird in Abbildung 4.6 demonstriert.

Eine bessere Realisierung des Demodulators ist ein sogenannter Lock-In-Verstärker mit phasensynchronem Gleichrichter [98, 99]. Abbildung 4.7 zeigt den Aufbau. Dieser besteht aus einem invertierenden und einem nicht-invertierenden Verstärker, zwischen deren Ausgängen hin- und hergeschaltet wird. Die Umschaltung geschieht abhängig von der Polarität eines Referenzsignals, an welches das Trägersignal angelegt wird. Die positive Halbwelle am Ausgang des Instrumentationsverstärkers wird unverändert weitergeleitet

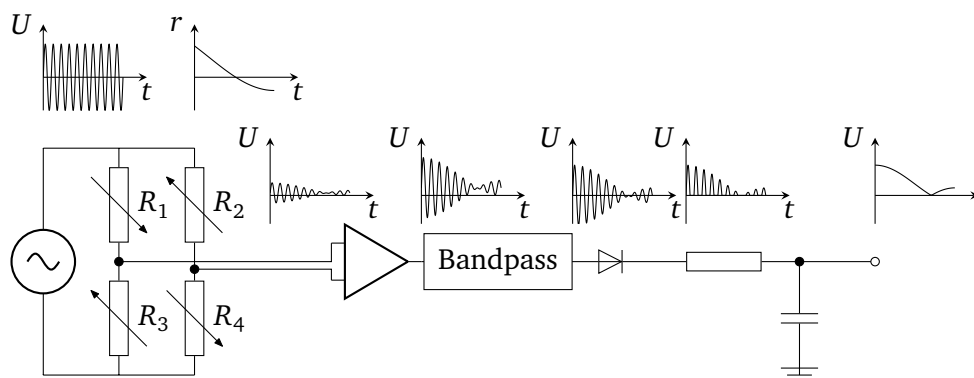


Abb. 4.6.: Prinzip der Auswertung einer Wheatstonebrücke durch Amplitudenmodulation mit einfachem Demodulator. Die Wheatstonebrücke wird mit einer sinusförmigen Wechselfspannung gespeist. Die Frequenz ist deutlich höher als die höchste Frequenz des Messsignals (im Bild Faktor 20). Das Ausgangssignal der Brücke wird verstärkt, zu einem massebezogenen Signal gewandelt und mit einem Bandpass gefiltert. Anschließend wird mit einem einfachen Demodulator, bestehend aus Diode und Tiefpass, das Messsignal rekonstruiert.

(Verstärkung 1), die negative Halbwelle invertiert (Verstärkung von -1). Wenn das Eingangssignal des Instrumentationsverstärkers und das Referenzsignal phasensynchron sind, ergibt sich dadurch eine phasenrichtige Gleichrichtung ohne Gleichrichtung des Rauschens. Zur Anpassung der Phasenverschiebung ist ein Phasenschieber für das Referenzsignal vorgesehen. Schließlich wird das gleichgerichtete Signal von einem Tiefpass gefiltert und in eine Gleichspannung wandelt. Die Grenzfrequenz des Tiefpasses bestimmt die Bandbreite der Messung. Aus dem Verhältnis der Bandbreite des Tiefpasses und der Trägerfrequenz ergibt sich die Güte des Filters.

Die mathematische Beschreibung der Auswertung mittels Amplitudenmodulation wird in mehreren Schritten am Beispiel einer idealen Vollbrücke hergeleitet. Aufgrund der Speisespannung $U_{\text{ex}} = U_C \sin(2\pi f_C t)$ ergibt sich ein Ausgangssignal $U_{\text{diff,am}} = r U_C \sin(2\pi f_C t)$. Dieses wird verstärkt um einen Verstärkungsfaktor g , für diesen Schritt kann Gleichung 4.28 verwendet werden. Die anschließende Filterung durch einen Hochpass oder Bandpass entfernt alle niederfrequenten Anteile aus dem Signal. Dies betrifft vorwiegend Gleichtaktspannungen, Offsetspannungen, Thermospannungen und Abweichungen durch Bias-Ströme, so dass das Signal nach dem Hochpass

$$U_{\text{HP}} \approx r g U_C \sin(2\pi f_C t) \quad (4.35)$$

ist. Eine genauere Aussage ist nur möglich, wenn zusätzlich Aussagen zur zeitlichen Abhängigkeit der einzelnen Größen aufgenommen werden, was die Komplexität der Gleichungen deutlich erhöht.

Anschließend wird das Signal mit einem Lock-In-Verstärker gleichgerichtet. Die phasensynchrone Gleichrichtung entspricht einer Multiplikation des Signals U_{HP} mit dem Referenzsignal $U_{\text{ref,AM}}$. Wird das Referenzsignal aus dem Trägersignal generiert, so ergibt sich unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Phase ϕ zwischen beiden Signalen:

$$\begin{aligned} U_{\text{LockIn}} &= U_{\text{HP}} U_{\text{ref,AM}} = r g U_C \hat{U}_{\text{ref,AM}} \sin(2\pi f_C t) \sin(2\pi f_C t + \phi) \\ &= \frac{r g U_C \hat{U}_{\text{ref,AM}}}{2} \cos(\phi) - \frac{r g U_C \hat{U}_{\text{ref,AM}}}{2} \cos(2\pi 2f_C t + \phi). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Durch den Lock-In-Verstärker ergibt sich also ein Gleichsignal der halben Amplitude sowie ein Anteil mit doppelter Frequenz des Trägers. $\hat{U}_{\text{ref,AM}}$ wird auf 1 eingestellt. Eine Phasenverschiebung ϕ wirkt sich kosinusförmig auf die Abweichung aus. Eine zusätzliche negative Abweichung bewirkt der Anteil mit doppelter Frequenz. Dieser wird durch den nachfolgenden Tiefpass gefiltert. Dabei gelten hohe Anforderungen an dessen Flankensteilheit. Nach Abschnitt 4.1.1 beträgt der Signal-Rausch-Abstand einer

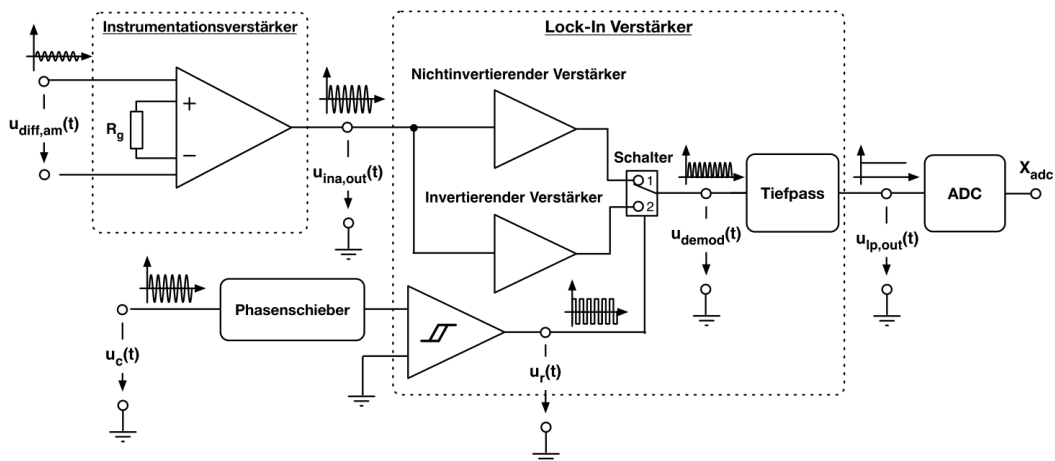


Abb. 4.7.: Blockschaltbild eines Lock-In-Verstärkers mit phasensynchronem Gleichrichter [90].

120 Ω Vollbrücke mit 2 mV/V Ausgangssignal etwa 123 dB. Um keine Abweichung zu verursachen, muss der Tiefpass also etwa 120 dB Dämpfung bei der doppelten Trägerfrequenz aufweisen.

Damit lässt sich ein idealer funktionaler Zusammenhang der Auswertung durch Amplitudenmodulation angeben:

$$U_{AM,ideal} = \frac{rgU_C}{2}. \quad (4.37)$$

Dieser wird durch folgende Größen erweitert:

- **Verstärkung g .** Die Verstärkung um einen festen Faktor weist eine Unsicherheit auf.
- **Phasenverschiebung ϕ .** Fasst alle Effekte zusammen, die zu einer Phasenverschiebung führen können. Dazu zählen besonders Kabelkapazitäten und Verzögerungen beim Umschalten zwischen invertierendem und nicht-invertierendem Verstärker.
- **Dämpfung D des Tiefpasses.** Die Dämpfung des Tiefpasses bei der doppelten Trägerfrequenz bestimmt, wie viel Restanteil dieser Schwingung im Ausgangssignal vorhanden ist.
- **Amplitude des Referenzsignals $\hat{U}_{ref,AM}$.** Diese Größe ist nicht physikalisch im System vorhanden, sondern kennzeichnet, wie gut die Verstärkungsfaktoren 1 und -1 des Lock-In-Verstärkers aufeinander abgestimmt sind.

Der nicht-ideale funktionale Zusammenhang ergibt sich damit zu

$$U_{AM} = \frac{rgU_C\hat{U}_{ref,AM}}{2} \cos(\phi) - \frac{rgU_C\hat{U}_{ref,AM}}{2D} \cos(2\pi 2f_C t + \phi). \quad (4.38)$$

4.2 Zeitbasierte Auswertung

Neben der Umformung der Widerstandsänderung in eine Spannung ist auch die Umformung in eine Zeit möglich. Abbildung 4.8 zeigt die entstehende Messkette. Zunächst muss die Umformung des Widerstands in eine Zeit erfolgen. Dazu macht man sich die Abhängigkeit der Dauer eines Lade-/Entladevorgangs eines Energiespeichers vom begrenzenden Widerstand zunutze. Schaltungsvarianten hierzu werden in Abschnitt 4.2.1 vorgestellt. Danach wird die Dauer des Vorgangs gemessen. Hierzu muss ein eindeutiges Start- und Stopp-Signal generiert werden. Digitale Zählerschaltungen ermitteln dann die Zeit zwischen Start- und Stopp-Signal. Schaltungsvarianten hierzu werden in Abschnitt 4.2.2 betrachtet.

4.2.1 Umformung des Widerstands in eine Zeit

Naheliegender ist, den Widerstand R durch einen Kondensator C zu einem RC-Glied zu ergänzen und die Lade-/Entladezeit zu messen. Wird C auf die Spannung U_0 aufgeladen und anschließend über R bis auf die Spannung U_{th} entladen, ist die dazu benötigte Zeit

$$t = RC \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) \quad \text{und daher} \quad R = \frac{t}{C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)}. \quad (4.39)$$

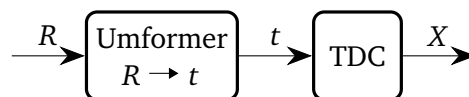


Abb. 4.8.: Messkette der zeitbasierten Auswertung.

Die gemessene Zeit hängt also linear vom Absolutwert des Widerstands ab. Verglichen mit der Auswertung eines stromgespeisten Einzelwiderstands werden bei der Umformung in eine Zeit Schwankungen der Spannungsquellen U_0 und U_{th} durch den Logarithmus gedämpft. Bei der spannungsbasierten Schaltung gehen sie linear in den Messwert ein. Andererseits ist bei der Zeitumformung zu beachten, dass stets eine Kombination aus R und C gemessen wird, so dass Schwankungen der Kapazität ebenso linear in den Messwert eingehen.

Für einen Einzelwiderstand ist diese Umformung direkt anwendbar, Abbildung 4.9(a). Es ist allerdings analog zur Wheatstonebrücke erstrebenswert, den Grundwiderstand aus der Messung zu subtrahieren. Zu diesem Zweck wurden von BRAUN [100] und CUSTODIO et al. [101] Schaltungsvarianten vorgeschlagen, Abbildung 4.9(b) und (c).

Die früher veröffentlichte Schaltung von CUSTODIO et al. [101] geht von einer klassischen Vollbrücke aus und wandelt am Ausgang jeweils die Aufladezeit des Kondensators über verschiedene Widerstandskonfigurationen. Die einzelnen Schritte zur Auswertung der Schaltung in Abbildung 4.9(c) sind

1. S_2 geschlossen; S_1 , S_3 und S_4 offen. Der Kondensator wird über $R_1 || (R_2 + R_3 + R_4)$ bis zum Erreichen einer Schwellspannung am Anschluss „Out“ geladen. Die Ladezeit t_1 wird gemessen.
2. S_1 geschlossen; S_2 , S_3 und S_4 offen. Der Kondensator wird entladen.
3. S_3 geschlossen; S_1 , S_2 und S_4 offen. Der Kondensator wird über $(R_1 + R_2) || (R_3 + R_4)$ bis zum Erreichen einer Schwellspannung am Anschluss „Out“ geladen. Die Ladezeit t_2 wird gemessen.
4. S_1 geschlossen; S_2 , S_3 und S_4 offen. Der Kondensator wird entladen.
5. S_4 geschlossen; S_1 , S_2 und S_3 offen. Der Kondensator wird über $R_3 || (R_4 + R_2 + R_1)$ bis zum Erreichen einer Schwellspannung am Anschluss „Out“ geladen. Die Ladezeit t_3 wird gemessen.
6. S_1 geschlossen; S_2 , S_3 und S_4 offen. Der Kondensator wird entladen.

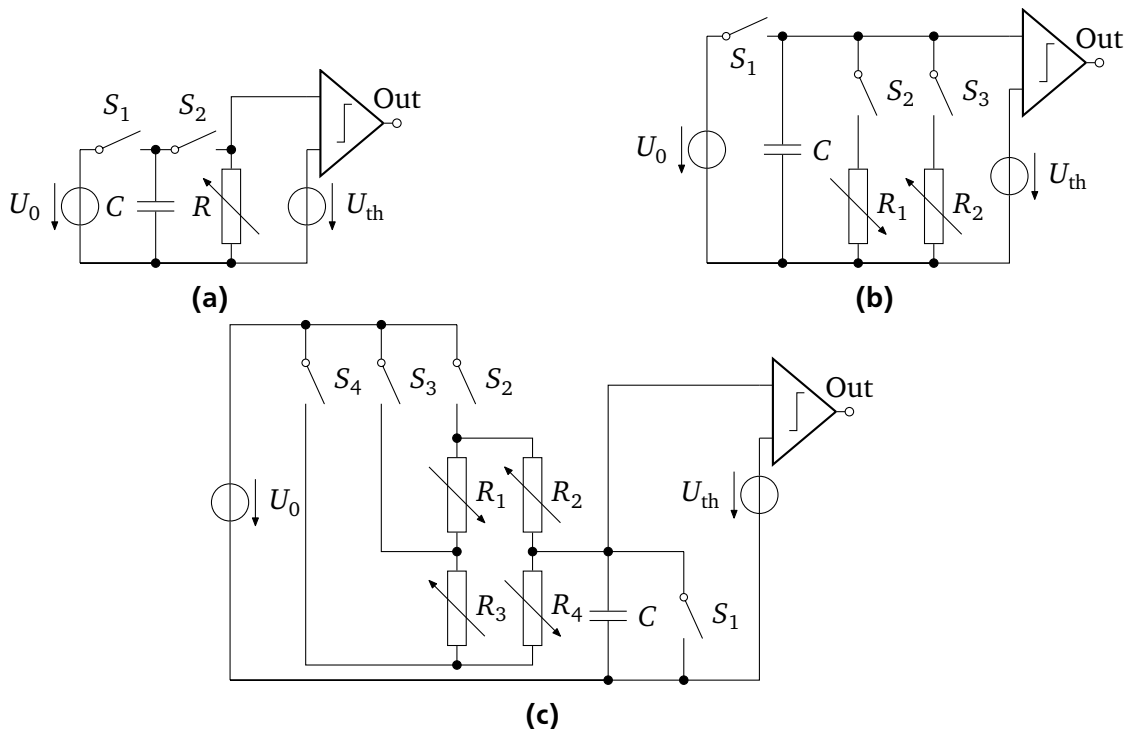


Abb. 4.9.: Schaltungsvarianten zur Umformung von Widerstand zu Zeit im Vergleich. (a) Einzelwiderstand, (b) Halbbrücke nach [100], (c) Vollbrücke nach [101].

CUSTODIO et al. zeigen, dass sich aus der Kombination der Gleichungen r berechnen lässt:

$$\frac{t_1 - t_3}{t_2} = r. \quad (4.40)$$

Die alternative Schaltung von BRAUN benötigt nur eine Halbbrücke und zwei aufeinanderfolgende Messungen. Der Ablauf zur Auswertung der Schaltung in Abbildung 4.9(b) ist

1. S_1 geschlossen; S_2 und S_3 offen. Der Kondensator wird geladen.
2. S_2 geschlossen; S_1 und S_3 offen. Der Kondensator wird über R_1 bis zum Erreichen einer Schwellspannung am Anschluss „Out“ entladen. Die Entladezeit t_1 wird gemessen.
3. S_1 geschlossen; S_2 und S_3 offen. Der Kondensator wird geladen.
4. S_3 geschlossen; S_2 und S_3 offen. Der Kondensator wird über R_2 bis zum Erreichen einer Schwellspannung am Anschluss „Out“ entladen. Die Entladezeit t_2 wird gemessen.

BRAUN zeigt, dass

$$\frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_0(1 + r) - R_0(1 - r)}{R_0(1 + r) + R_0(1 - r)} = r \quad (4.41)$$

gilt. Mit zwei Widerständen und zwei Messungen wird das gleiche Ergebnis wie bei CUSTODIO et al. mit vier Widerständen und drei Messungen oder einer spannungsgespeisten Vollbrücke mit vier Widerständen und einer Messung erreicht. Im Folgenden wird daher die Schaltung von CUSTODIO et al. nicht weiter betrachtet, da sie ohne Nachteile durch die effizientere Variante von BRAUN ersetzt werden kann.

Bezüglich des Signal-Rausch-Abstands ist zunächst festzustellen, dass für die Zeit kein physikalisches Phänomen ähnlich dem Spannungsrauschen existiert. Schaltkreise zur Zeitmessung mit Auflösungen im ps-Bereich sind kommerziell verfügbar und nur prozesstechnologisch limitiert [103]. Die relative Messunsicherheit der Referenzuhren der PTB mit einem Puls pro Sekunde liegt bei ca. $1\text{E}-14$ [104]. Wesentliche Quelle der Unsicherheit ist das thermische Rauschen eines Teilchendetektors. Ähnlich kann auch bei den hier gezeigten Schaltungen untersucht werden, wo Spannungsrauschen die Zeitmessung limitiert.

Der Widerstand im RC-Glied verursacht ein thermisches Rauschen, das die Schwellspannung U_{th} , bei der die Zeitmessung gestoppt wird, beeinflusst. Berücksichtigt man eine Spannungsquelle U_{noise} in der beschreibenden Differentialgleichung des RC-Glieds, ergibt dies

$$RC \dot{U}_C + U_C + U_{\text{noise}} = 0. \quad (4.42)$$

Die Lösung der Gleichung, Bestimmung der Konstanten mit der Bedingung $U_C(0) = U_0$ und Gleichsetzen mit U_{th} ergibt

$$t_{\text{RC}} = RC \ln \left(\frac{U_0 + U_{\text{noise}}}{U_{\text{th}} + U_{\text{noise}}} \right). \quad (4.43)$$

Das Rauschen der Anordnung ergibt sich als geometrische Addition der Standardabweichung des Rauschens, \sqrt{K} mit $K = Bk_B \vartheta R_0(1 + r)$, multipliziert mit der partiellen Ableitung $\partial t_{\text{RC,noise}} / \partial U_{\text{noise}}$. Für einen Einzelwiderstand $R = R_0(1 + r)$ in der Schaltung nach Abbildung 4.9(a) ergibt sich das zeitliche Rauschen, auch Jitter genannt,

$$t_{\text{RC,noise}} = \frac{CR_0(1 + r)(U_0 - U_{\text{th}})\sqrt{K}}{U_0 U_{\text{th}}}. \quad (4.44)$$

Das interessierende Signal ist

$$t_{\text{RC,sig}} = rR_0C \ln \left(\frac{U_0}{U_{\text{th}}} \right). \quad (4.45)$$

Aus dem Quotienten $t_{RC,sig}/t_{RC,noise}$ ergibt sich der SNR (in der Einheit s/s)

$$SNR_{RC} = \frac{rU_0U_{th} \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)}{\sqrt{K}(U_0 - U_{th})(1+r)}. \quad (4.46)$$

Für die Halbbrücke nach Abbildung 4.9(b) wird der funktionale Zusammenhang aus Gleichung 4.43 eingesetzt in Gleichung 4.41. Im Gegensatz zu Gleichung 4.44 ergeben sich $\sqrt{K_1}$ und $\sqrt{K_2}$, da mit t_2 eine zweite Zeitmessung hinzugefügt wurde. Das Ergebnis der Rauschberechnung ist ein dimensionsloser Wert (da auch der ideale funktionale Zusammenhang die dimensionslose relative Widerstandsänderung r ergibt):

$$X_{HB,noise} = \frac{(U_0 - U_{th})(1+r^2)\sqrt{K_1 + K_2}}{2U_0U_{th} \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)}. \quad (4.47)$$

Das interessierende Signal ist $X_{R,sig} = r$. Damit kann der SNR angegeben werden:

$$SNR_{HB} = \frac{r2U_0U_{th} \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)}{(U_0 - U_{th})(1+r^2)\sqrt{K_1 + K_2}} \quad (4.48)$$

Zahlenwerte der SNR sind in Abbildung 4.10 gezeigt.

Im Vergleich zu den in Abschnitt 4.1.1 gezeigten spannungsbasierten Umformungsschaltungen zeigen die zeitbasierten einen deutlich niedrigeren SNR. Dies ist wesentlich auf die Bandbreite B zurückzuführen. Da die Dauer eines Entladevorgangs gemessen werden soll, darf die Signalform nicht verändert werden. Vor

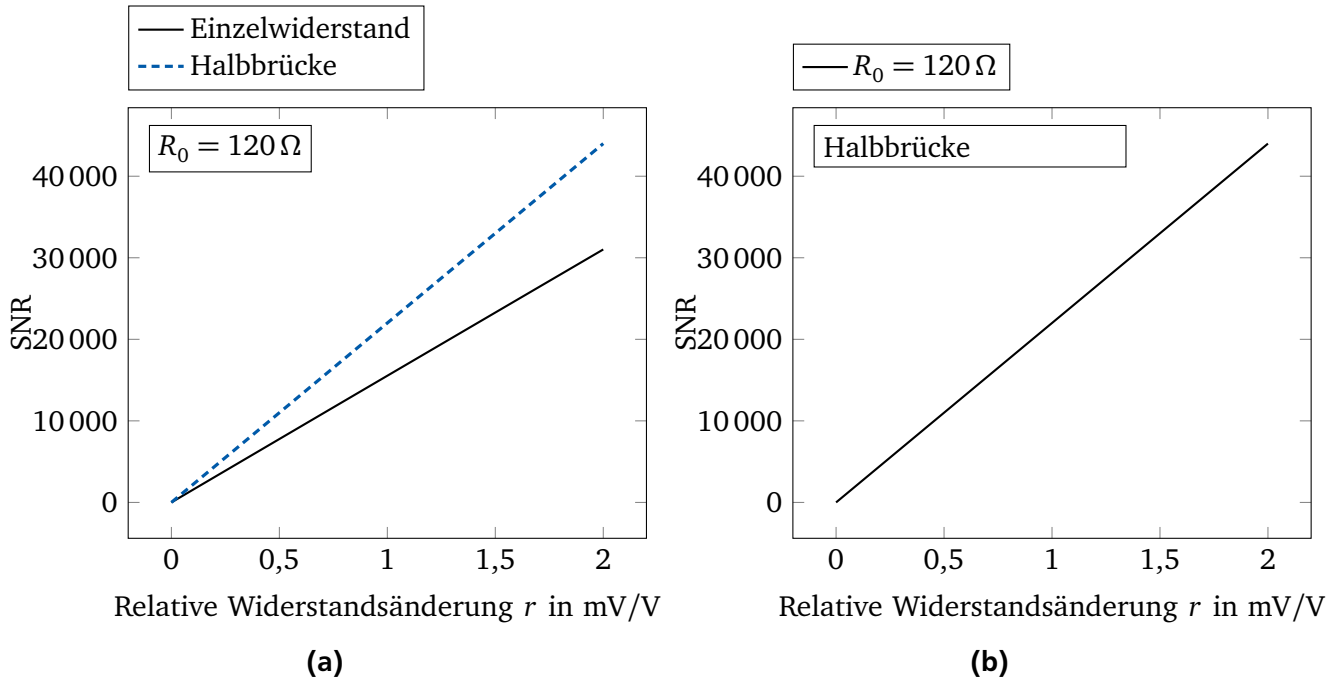


Abb. 4.10.: Signal-Rausch-Abstand der Umformungsschaltungen von einer relativen Widerstandsänderung r zu einer Zeit, variiert über Schaltung (a) und Grundwiderstand (b). Die Temperatur beträgt $\vartheta = 22^\circ\text{C}$, die Bandbreite $B = 10\text{ kHz}$, $U_0 = 3,3\text{ V}$, $U_{th} = 1,5\text{ V}$, $C = 1,2\text{ }\mu\text{F}$. Die Werte wurden in Gleichung 4.46 bzw. Gleichung 4.48 eingesetzt und $K_1 = \sqrt{4k_B\vartheta R_0(1+r)B}$ sowie $K_2 = \sqrt{4k_B\vartheta R_0(1-r)B}$ gesetzt.

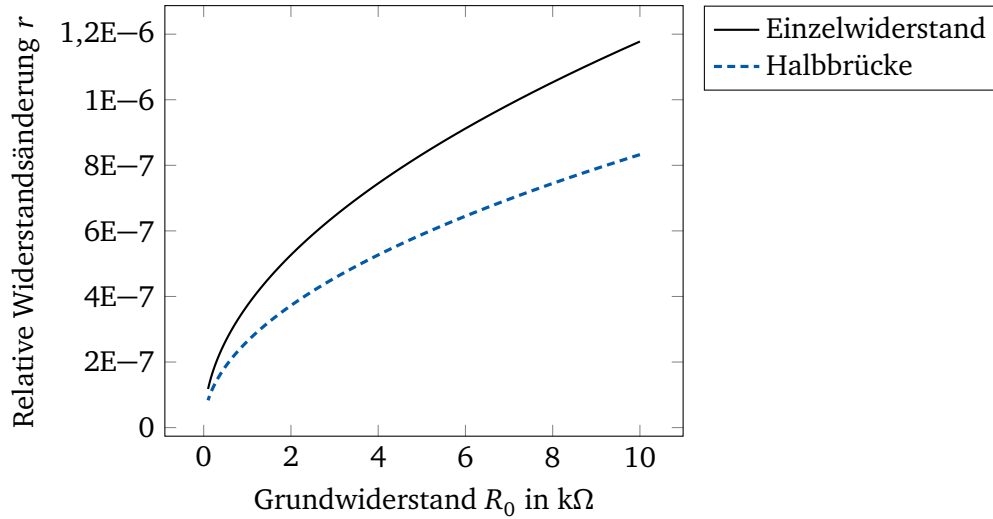


Abb. 4.11.: Auflösungsgrenze von relativen Widerstandsänderungen r , aufgetragen über dem Grundwiderstand R_0 für verschiedene Schaltungen. Aufgetragen ist die Kurve, bei der $\text{SNR}=2$ erreicht wird. Die Temperatur beträgt $\vartheta = 293,15 \text{ K}$, $B = 10 \text{ kHz}$. $U_0 = 3,3 \text{ V}$, $U_{\text{th}} = 1,5 \text{ V}$, $C = 1,2 \mu\text{F}$. Die Werte wurden in Gleichung 4.46 bzw. Gleichung 4.48 eingesetzt und $K_1 = 4k_B B \vartheta R_0 (1+r)$ sowie $K_2 = 4k_B B \vartheta R_0 (1-r)$ gesetzt. R_0 und r wurden über einen großen Wertebereich variiert und mit der Matlab-Funktion `contour` die Höhenlinie $\text{SNR}=2$ extrahiert.

allen darf eine Filterung nicht zu einem langsameren Entladevorgang führen, da dies die Messung verfälschen würde. Aus diesem Grund muss der Komparator eine hohe Bandbreite aufweisen, in Abbildung 4.11 wurde $B = 10 \text{ kHz}$ angenommen. Der SNR ist in beiden untersuchten Schaltungen zur Zeitumformung nahezu linear abhängig von r mit kleiner Linearitätsabweichung, aber auch linear abhängig von U_0 und U_{th} . Dies ist besonders interessant, da – im Gegensatz zur Spannungsspeisung – die Erwärmung nicht linear mit U_0 steigt. Stattdessen folgt der Strom während des Entladevorgangs einem exponentiellen Verlauf. Bei einer Erhöhung von U_{th} sinkt die Energieaufnahme sogar, da die Zeitmessung früher gestoppt wird und damit für eine kürzere Zeitspanne Strom durch den Messwiderstand fließt.

Neben dem SNR beeinflussen weitere Größen die Genauigkeit der Messung. Diese werden im Folgenden anhand der Halbbrücke analysiert. Größen, die einen Einfluss auf die Entladezeit haben, sind nach Abbildung 4.12:

- **EIN-Widerstand R_{On} des geschlossenen Schalters in Ω .** Beschreibt technologieneutral den in Reihe zum Messwiderstand liegenden Innenwiderstand des Schalters.
- **Äquivalenter Serienwiderstand R_{ESR} des Kondensators in Ω .** Beschreibt den parasitären Widerstand des Kondensators.
- **Schwellspannung des Komparators U_{th} in V.**
- **Eingangs-Bias-Strom des Komparators I_{bias} in A.**
- **Verzögerungszeit des Komparators t_{delay} in s.**

Der Komparator misst die Spannung U_{comp} . Diese lässt sich anhand des Ersatzschaltbilds Abbildung 4.12 aus dem Gleichungssystem

$$I_c = -I_{\text{bias}} - I_L; \quad (4.49a)$$

$$U_{\text{comp}} = I_c R_{\text{ESR}} + U_c; \quad (4.49b)$$

$$U_{\text{comp}} = I_L (R_L + R_{\text{on}} + R_1); \quad (4.49c)$$

$$(4.49d)$$

ermitteln. Die Lösung ist

$$U_{\text{comp}} = \frac{(U_c - I_{\text{bias}} R_{\text{ESR}})(R_1 + R_L + R_{\text{on}})}{R_1 + R_{\text{ESR}} + R_L + R_{\text{on}}}. \quad (4.50)$$

Um die gesuchte Entladezeit zu ermitteln, muss für U_c die zeitabhängige Lösung der Differentialgleichung eingesetzt werden. Diese kann aus dem Gleichungssystem

$$I_c = C \dot{U}_c \quad (4.51a)$$

$$I_c = -I_{\text{bias}} - I_L; \quad (4.51b)$$

$$I_L = \frac{U_c}{R_L + R_{\text{on}} + R_1}; \quad (4.51c)$$

ermittelt werden und ergibt sich mit der Bedingung $U_c(t = 0) = U_0$ zu

$$U_c = e^{-t/(R_1 + R_L + R_{\text{on}})C} [U_0 + I_{\text{bias}}(R_1 + R_L + R_{\text{on}})] - I_{\text{bias}}(R_1 + R_L + R_{\text{on}}). \quad (4.52)$$

Durch Einsetzen in Gleichung 4.50, addieren von $U_{\text{noise},1}$, Gleichsetzen mit U_{th} , Auflösen nach t , Addieren von t_{delay} , anpassen für R_2 und Einsetzen in Gleichung 4.41 ergibt sich der gesuchte funktionale Zusammenhang der Entladezeit t_{Komp} unter Berücksichtigung nicht-idealer Eingangsgrößen zu

$$t_{\text{Komp}} = \frac{t_A - t_B}{t_A + t_B - 2t_{\text{delay}}} \quad (4.53a)$$

mit

$$t_A = C \ln \left[\frac{(R_1 + R_{\text{ESR}} + R_L + R_{\text{on}})[U_{\text{th}} - U_{\text{noise},1} + I_{\text{bias}}(R_1 + R_L + R_{\text{on}})]}{(R_1 + R_L + R_{\text{on}})[U_0 + I_{\text{bias}}(R_1 + R_L + R_{\text{on}})]} \right] (R_1 + R_L + R_{\text{on}}); \quad (4.53b)$$

$$t_B = C \ln \left[\frac{(R_2 + R_{\text{ESR}} + R_L + R_{\text{on}})[U_{\text{th}} - U_{\text{noise},2} + I_{\text{bias}}(R_2 + R_L + R_{\text{on}})]}{(R_2 + R_L + R_{\text{on}})[U_0 + I_{\text{bias}}(R_2 + R_L + R_{\text{on}})]} \right] (R_2 + R_L + R_{\text{on}}). \quad (4.53c)$$

4.2.2 Zeit-zu-Digital-Wandlung

Zur Digitalisierung von Zeitdauern werden Zähler oder Time-to-Digital-Converter (TDC) verwendet. Beide digitalisieren Zeiten, indem sie die Anzahl der Perioden eines Referenztaktes zählen. Der Unterschied in der Definition besteht darin, dass Time-to-Digital-Converter (TDC) zusätzlich eine Unterteilung jeder Referenzperiode vornehmen und dadurch eine höhere Auflösung erreichen [103].

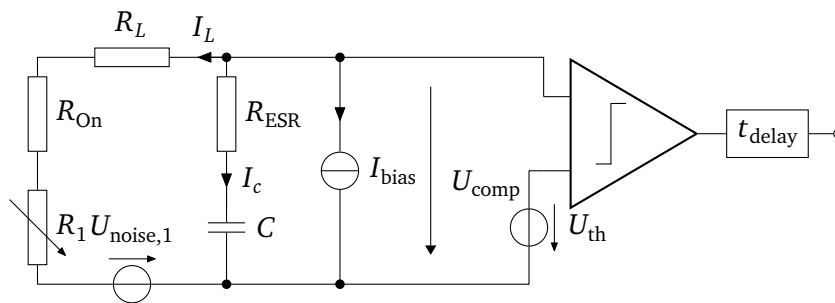


Abb. 4.12.: Ersatzschaltbild der Halbbrücke mit nicht-idealen Einflussgrößen, gezeigt für die Entladung von C über R_1 . Die ideale Schaltung ist in Abbildung 4.9(b) gezeigt.

In ihrer häufigsten Implementierung werden TDC als Ring aus Invertern aufgebaut [103]. Dieser Aufbau kann ähnlich einem ADC modelliert werden. Anstelle einer Referenzspannung, die in 2^N Schritte unterteilt wird, ergibt sich beim TDC die kleinste auflösbare Zeit $t_{\text{LSB},\text{TDC}}$ aus der Durchlaufzeit eines Gatters. Der TDC zählt, wie oft diese in der zu digitalisierenden Zeit t_{Komp} enthalten ist:

$$X_{\text{TDC},\text{ideal}} = \left\lfloor \frac{t_{\text{Comp}}}{t_{\text{LSB},\text{TDC}}} \right\rfloor. \quad (4.54)$$

Nicht-ideale Einflussgrößen sind [103, 105]

- **Quantisierungsfehler $X_{\text{TDC},\text{Q}}$ in Bit.**
- **Nullpunktabweichung $X_{\text{TDC},\text{offset}}$ in Bit.**
- **Verstärkung g_{TDC} , dimensionslos.**
- **Integrale Linearitätsabweichung $X_{\text{TDC},\text{INL}}$ in Bit.**
- **Zeitauflösung $t_{\text{TDC},\text{LSB}}$ in s.**
- **Rauschen $X_{\text{TDC},\text{noise}}$, angegeben in Bit.**

Abgesehen von g_{TDC} wirken alle diese Größen additiv auf den Ausgang, was zur Modellgleichung

$$X_{\text{TDC}} = \left\lfloor \frac{t_{\text{TDC},\text{in}}}{t_{\text{TDC},\text{LSB}}} g_{\text{TDC}} + X_{\text{TDC},\text{Q}} + X_{\text{TDC},\text{INL}} + X_{\text{TDC},\text{noise}} + X_{\text{TDC},\text{offset}} \right\rfloor \quad (4.55)$$

führt.

4.3 Zusammenfassung von Kapitel 4

Zur Auswertung resistiver Sensoren können zwei Zwischengrößen verwendet werden, Spannung oder Zeit. In beiden Fällen lässt sich die Messkette nochmals unterteilen in eine Umformerschaltung von Widerstand zur Zwischengröße sowie die nachfolgende Verarbeitung der Zwischengröße.

Für beide Zwischengrößen werden verschiedene Umformerschaltungen betrachtet: Stromgespeicherter Widerstand, Spannungsteiler, Viertel-, Halb- und Vollbrücke nach WHEATSTONE im Fall der Spannung als Zwischengröße sowie Vollbrücke und Halbbrücke nach BRAUN im Fall der Zeit. Für alle Varianten werden Formeln für Signal und Rauschen hergeleitet und erstmals in der Literatur wird der SNR der Schaltungen verglichen.

Für spannungsbasierte Auswertung beträgt der erreichbare SNR bei 2 mV/V Nennsignal etwa $1\text{E}6$. Der SNR steigt bei Spannungsspeisung linear mit dem Effektivwert der Speisespannung sowie dem Messsignal r , ist aber auch proportional zu $1/\sqrt{R_0}$, $1/\sqrt{B}$ und $1/\sqrt{\vartheta}$. Aus der Abhängigkeit von U_{ex} und $\sqrt{R_0}$ ist ersichtlich, dass bei konstanter Speiseleistung $P = U^2/R$ der SNR unabhängig von R_0 ist.

Bei zeitbasierter Auswertung ist der erreichbare SNR deutlich niedriger, bei 2 mV/V Nennsignal etwa 40 000. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass der zur Zeitmessung verwendete Komparator eine hohe Bandbreite aufweisen muss, damit er das Unterschreiten der Schwellspannung möglichst verzögerungsfrei erkennt. Der SNR von etwa 40 000 ergibt sich aus einer angenommenen Bandbreite von 10 kHz.

Neben den Umformerschaltungen zu Spannung und Zeit werden in Kapitel 4 die Schaltungen zur Vorverstärkung und Digitalisierung analysiert. Es werden jeweils die idealen funktionalen Zusammenhänge vorgestellt, nicht-ideale Eingangsgrößen eingeführt und daraus nicht-ideale funktionale Zusammenhänge abgeleitet.

5 Abweichungskompensation

In den vorhergehenden Kapiteln wurden die wichtigsten Größen analysiert, die Abweichungen vom idealen Verhalten der Messkette hervorrufen. Diese ergeben sich zum großen Teil aus Schwankungen während des Produktionsprozesses. Nach der Fertigung sind sie auf einen Wert festgelegt und zumindest mit einem Unsicherheitsintervall bekannt. Über die Lebensdauer des Sensors verändern sich diese Größen nur langsam oder bleiben sogar konstant. Für diesen Fall ist eine Kompensation der Abweichungen durch verschiedene Zusatzmaßnahmen möglich, die im Folgenden vorgestellt werden.

5.1 Kompensation durch Einfügen von Widerständen

Eine Kompensationsmöglichkeit von Abweichungen besteht im Eingriff an der Umformerschaltung. Ihr Übertragungsverhalten kann durch das Einfügen und Feinabstimmen von Widerständen beeinflusst werden. Dies wird auch als analoge Kompensation bezeichnet [4]. In der Regel werden drei Widerstände verwendet, R_{TK0} , R_{Offs} , und R_{Span} , Abbildung 5.1. R_{Span} wird in den Zuleitungen platziert und daher meist auf zwei gleiche Widerstandsbauelemente aufgeteilt, um Gleichtakt-Gegentakt-Konversion zu vermeiden. Die Widerstände müssen in der folgenden Reihenfolge bestimmt werden, um sich nicht gegenseitig zu beeinflussen [106].

Kompensation der Temperaturabhängigkeit der Nullpunktspannung: R_{TK0}

Wheatstonebrücken zeigen meist eine Nullpunktspannung des Ausgangssignals ungleich dem Idealwert Null. Diese wird durch Fertigungstoleranzen der Grundwiderstände R_0 hervorgerufen. Es bestehen zusätzlich aber auch Fertigungstoleranzen bezüglich des thermischen Ausgangssignals sowie der Temperaturkoeffizienten α_R . Diese rufen eine Temperaturabhängigkeit der Nullpunktspannung hervor.

Zur Kompensation der Temperaturabhängigkeit wird die Nullpunktspannung bei zwei verschiedenen Temperaturen ϑ_L und ϑ_H und Messgröße Null gemessen. Der Index H kennzeichnet die höhere Temperatur. Dies ergibt zwei Nullpunktspannungen U_L und U_H . Man fügt nun einen zusätzlichen Widerstand R_{TK0} mit dem Temperaturkoeffizienten α_{TK0} in die Brücke ein, Abbildung 5.1, der die Differenz ($U_H - U_L$) minimiert und damit die Temperaturabhängigkeit kompensiert.

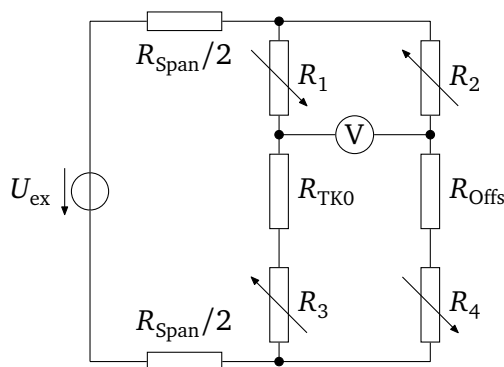


Abb. 5.1.: Schaltbild einer Vollbrücke mit Kompensationswiderständen R_{TK0} , R_{Offs} und R_{Span} . R_{Span} wurde zur Vermeidung von Gleichtakt-Gegentakt-Konversion auf zwei symmetrische Widerstände aufgeteilt.

Die allgemein verwendete Berechnungsformel lautet [106]

$$R_{TK0} = 4 \frac{R_0(U_H - U_L)}{\alpha_{TK0}(\vartheta_H - \vartheta_L)U_{ex}}. \quad (5.1)$$

Zur Herleitung dieser Formel werden alle Abweichungen in einem Widerstand R_x zusammengefasst. Die Differenz $(U_H - U_L)$ wird durch den temperaturabhängigen Anteil dieses Widerstands, $\Delta R_x = R_x \alpha_x (\vartheta_H - \vartheta_L)$, verursacht. Da alle Abweichungen in ΔR_x zusammengefasst wurden und die Messgröße während der Messung Null war, ist ΔR_x die einzige Widerstandsänderung in der Schaltung. Die Differenz $(U_H - U_L)$ kann daher als eine Viertelbrücke berechnet werden, vergleiche Tabelle 4.1, in der ΔR_x die Widerstandsänderung eines der Widerstände mit dem Grundwiderstand R_0 darstellt:

$$U_H - U_L = \frac{\frac{\Delta R_x}{R_0} \alpha_x (\vartheta_H - \vartheta_L)}{2 \frac{\Delta R_x}{R_0} \alpha_x (\vartheta_H - \vartheta_L) + 4} U_{ex}. \quad (5.2)$$

Aufgelöst nach ΔR_x ergibt sich

$$R_x = \frac{4R_0(U_H - U_L)}{\alpha_x(\vartheta_H - \vartheta_L)(U_{ex} - 2(U_H - U_L))}. \quad (5.3)$$

Damit ist berechnet, welcher Widerstandsänderung die gemessene Differenz $(U_H - U_L)$ entspricht. In der Modellvorstellung ist ΔR_x die Widerstandsänderung, die im Brückenweig mit der höheren Temperaturabhängigkeit eine Veränderung hervorruft und damit $(U_H - U_L)$ verursacht. Um $(U_H - U_L)$ zu minimieren muss ein R_{TK0} mit dem gleichen Wert wie R_x im Brückenweig mit der niedrigeren Temperaturabhängigkeit eingefügt werden. Um R_{TK0} zu ermitteln legt man ein Widerstandsmaterial fest, ermittelt dessen Temperaturkoeffizienten α_{TK0} und berechnet den benötigten Widerstand indem man in Gleichung 5.3 R_x durch R_{TK0} und α_x durch α_{TK0} ersetzt. Ein übliches Material für R_{TK0} ist Nickel mit $\alpha_{TK0} = 5E-3/K$.

Gleichung 5.3 unterscheidet sich von Gleichung 5.1 durch die Vernachlässigung von $-2(U_H - U_L)$ im Nenner. Da U_H und U_L Ausgangsspannungen der Brücke darstellen, sind sie meist um ca. 1E4 kleiner als U_{ex} . In den meisten praktischen Fällen ist die Abweichung durch die Vernachlässigung damit vergleichbar mit der Fertigungstoleranz des Kompensationswiderstands.

Kompensation der Nullpunktspannung: R_{Offs}

Fertigungstoleranzen der Grundwiderstände R_0 und auch Asymmetrien der Verkabelung rufen eine Nullpunktabweichung der Wheatstonebrücke hervor. Durch R_{TK0} wird zwar die Temperaturabhängigkeit der Brücke kompensiert, der Nullpunkt selbst wird jedoch zusätzlich verändert. Daher kann er erst nach dem Einfügen von R_{TK0} gemessen und kompensiert werden.

Zur Kompensation wird – im Gegensatz zu R_{TK0} – ein Widerstand mit möglichst geringer Temperaturabhängigkeit eingesetzt, um die bereits erfolgte Kompensation der Temperaturabhängigkeit möglichst wenig zu beeinflussen. Meist wird als Widerstandsmaterial Konstantan verwendet. Bezeichnet U_{Offs} die bei der Referenztemperatur mit Messgröße Null gemessene Nullpunktabweichung, berechnet sich der Kompensationswiderstand R_{Offs} zu [106]

$$R_{Offs} = 4R_0 \frac{U_{Offs}}{U_{ex}}. \quad (5.4)$$

Zur Herleitung wird wieder angenommen, dass alle Ursachen der Nullpunktabweichung durch einen Widerstandsbeitrag R_{Offs} modelliert werden können und es ergibt sich

$$U_{Offs} = \frac{\frac{R_{Offs}}{R_0}}{2 \frac{R_{Offs}}{R_0} + 4} U_{ex} \implies R_{Offs} = 4R_0 \frac{U_{Offs}}{U_{ex} - 2U_{Offs}}. \quad (5.5)$$

Die Vernachlässigung von $-2U_{\text{Offs}}$ im Nenner in Gleichung 5.4 ist durch die typische Größenordnung von $U_{\text{Offs}} \approx 10^{-3}U_{\text{ex}}$ gerechtfertigt, was Abweichungen vergleichbar der Fertigungstoleranz des Kompensationswiderstands verursacht.

R_{Offs} muss in den Brückenweig gegenüber R_{TK0} eingefügt werden.

Kompensation der Temperaturabhängigkeit der Sensitivität: R_{Span}

Nach der Kompensation des Nullpunktes kann auch die Temperaturabhängigkeit des Übertragungsfaktors kompensiert werden. Dazu wird ein Widerstand in die Zuleitung eingefügt, der mit zunehmender Temperatur die Speisespannung der Brücke verringert. Da durch Einfügen eines Serienwiderstands der Widerstand nur erhöht werden kann wird mit dieser Art der Kompensation stets die Empfindlichkeit des Sensors reduziert, auch bei der Referenztemperatur. Daraus folgt auch, dass nur eine positive Abhängigkeit des Brückenausgangssignals von der Temperatur (Empfindlichkeit nimmt mit steigender Temperatur zu) mit dieser Art der Kompensation kompensiert werden kann.

Für den Kompensationswiderstand ist eine Temperaturabhängigkeit α_{Span} erforderlich, er wird daher üblicherweise aus Nickel hergestellt. Zur Dimensionierung des Widerstands werden bei zwei Temperaturen ϑ_H und ϑ_L unter Nennlast die Ausgangssignale (in Volt/Volt) r_H und r_L gemessen. Es wird $r_H > r_L$ vorausgesetzt, da nur dann ein Serienwiderstand eine Kompensation erzielt. Außerdem muss der aktuelle Brückenwiderstand R_B – inkl. R_{Offs} und R_{TK0} – ermittelt werden. Dann ergibt sich R_{Span} aus [106]

$$R_{\text{Span}} = \frac{R_B \left(\frac{r_H}{r_L} - 1 \right)}{\alpha_{\text{Span}} (\vartheta_H - \vartheta_L)}. \quad (5.6)$$

Zur Herleitung wird angenommen, dass sich alle temperaturabhängigen Effekte auf die Empfindlichkeit in einer Widerstandsänderung $\Delta R_{\text{Span}} = R_{\text{Span}} \alpha_{\text{Span}} (\vartheta_H - \vartheta_L)$ in der Zuleitung zusammenfassen lassen. R_{Span} verringert die Speisespannung der Brücke, da ein Spannungsteiler entsteht. Wird nur ΔR_{Span} berücksichtigt, ist

$$r_H = \frac{R_B}{R_B + R_{\text{Span}} \alpha_{\text{Span}} (\vartheta_H - \vartheta_L)} r_L. \quad (5.7)$$

Aufgelöst nach R_{Span} ergibt sich eine (negative) Widerstandsänderung, die die Änderung der Empfindlichkeit des Sensors als äquivalente Widerstandsänderung in der Zuleitung darstellt. Um die Änderung der Empfindlichkeit zu kompensieren, muss der Betrag des berechneten Werts als Bauelement eingefügt werden. Diese Vorzeichenänderung ist in Gleichung 5.6 bereits berücksichtigt.

5.2 Kompensation durch Zusatzmessungen im laufenden Betrieb

Aus den Betrachtungen in Kapitel 4 wird deutlich, dass ein Teil der Einflussgrößen additiv auf den Messwert wirkt, ohne Abhängigkeit von der Messgröße. Eine Möglichkeit der Kompensation dieser Größen liegt darin, sie regelmäßig durch zusätzliche Messungen zu ermitteln. Dies setzt voraus, dass die Größen zwischen den Zusatzmessungen annähernd konstant bleiben. Für spannungs- und zeitbasierte Auswertung ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, die in Abschnitt 5.2.1 und 5.2.2 dargestellt werden.

5.2.1 Kompensation bei spannungsbasierter Auswertung

Bei spannungsbasierter Auswertung können die Kompensationsmessungen an verschiedenen Punkten der Messkette ansetzen, Abbildung 5.2. Eine Möglichkeit für Messungen im Betrieb besteht darin, das Eingangssignal zu erfassen, wenn bekannt ist, dass die Messgröße einen definierten Wert (beispielsweise Null) aufweist. Während einer Kalibrierungsmessung ist dies problemlos möglich. Bei Sensoren im Betrieb, beispielsweise in einer Regelschleife, ist dies meist nur bei einer Wartung möglich. Eine zweite Möglichkeit ist, am Eingang der analogen Vorverarbeitung einzugreifen. Der Umformer wird von der analogen Vorverarbeitung abgetrennt und stattdessen werden an dieser Stelle die Eingangsklemmen verbunden. Dadurch wird die Eingangsspannung auf 0 V festgelegt. Ein davon abweichender Wert am Ausgang wird von den übrigen Einflussgrößen verursacht.

Je nachdem, an welcher Stelle der Messkette die Kompensationsmessung eingreift, werden verschiedene Einflussgrößen durch sie erfasst. Kann eine definierte Messgröße genutzt werden, so werden alle Einflussgrößen der Messkette erfasst. Wird dagegen vor der analogen Vorverarbeitung eingegriffen, wirken nur die Einflussgrößen dieser und der nachfolgenden Blöcke.

Der Messwert der Kompensationsmessung beschreibt – gegebenenfalls subtrahiert um einen idealen Messwert – eine Abweichung des Sensors. Diese Abweichung subtrahiert man von den folgenden Messwerten, sie wird damit zur Korrektur [34, S. 11].

Der als Kompensationsmessung erfasste Messwert beschreibt eine Stichprobe aus der pdf der möglichen Messwerte. Er stellt daher nur eine Schätzung der Abweichung bei der gegebenen Messgröße dar und ist ebenfalls mit einer Messunsicherheit behaftet. Seine Messunsicherheit ist allerdings kleiner als die der tatsächlichen Messkette. Das Ziel der Kompensationsmessung ist, Größen zu erfassen, die sich bis zur nächsten Kompensationsmessung nicht signifikant ändern. Schwankungen solcher Einflussgrößen sind also nicht bei der Berechnung der Messunsicherheit der Kompensationsmessung zu berücksichtigen. Dies kann dazu führen, dass die Messunsicherheit ausschließlich durch Rauschen bestimmt wird, ist aber je nach Häufigkeit der Kompensationsmessungen nicht zwingend.

Eine wichtige Schlussfolgerung besteht darin, dass Kompensationsmessungen nur dann die Messunsicherheit der Messkette reduzieren, wenn schwankende Größen vorhanden sind, die sich bis zu nächsten Kompensationsmessung nicht signifikant ändern. Ist dies nicht der Fall, erfasst die Kompensationsmessung einen zufälligen Wert, der fortan subtrahiert wird und damit erst eine systematische Abweichung verursacht. Eine Abschätzung, ob Kompensationsmessungen sinnvoll sind, kann daher durch Vergleich der Messunsicherheiten a) der durch die Kompensationsmessung erfassten Messkette und b) der Kompensationsmessungen selbst erfolgen. Ist die Messunsicherheit der Kompensationsmessung nicht deutlich kleiner,

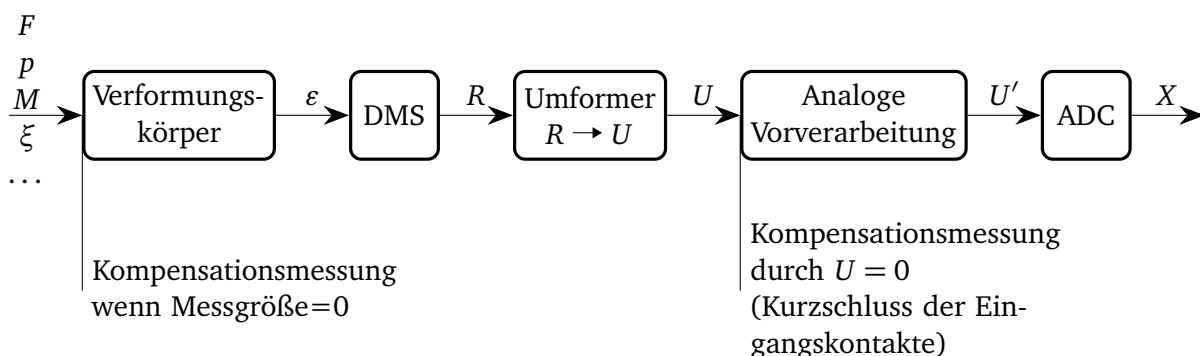


Abb. 5.2.: Möglichkeiten für Kompensationsmessungen bei der spannungsbasierten Auswertung.

besteht die Gefahr, ungewollt systematische Abweichungen einzuführen und damit das Sensorverhalten zu verschlechtern.

5.2.2 Kompensation bei zeitbasierter Auswertung

Ähnlich der spannungsbasierten Auswertung kann bei zeitbasierter Auswertung eine Messung mit überbrückten Messwiderständen erfolgen. Dabei sind allerdings Unterschiede zu beachten, die in Abschnitt 5.2.2.1 vorgestellt werden.

Weitere Möglichkeiten zur Kompensation von des Einschaltwiderstands der Schalter R_{On} sowie der internen Durchlaufzeit des Komparators t_{delay} wurden von BRAUN [102] patentiert. Sie werden in Abschnitt 5.2.2.2 bis 5.2.2.4 vorgestellt und erweitert.

5.2.2.1 Kompensationsmessung mit überbrückten Messwiderständen

Bei der zeitbasierten Auswertung mit der Umformungsschaltung Abbildung 4.9 (b) kann ebenso wie bei der spannungsbasierten Auswertung eine Kompensationsmessung mit kurzgeschlossenen Eingangsklemmen erfolgen. Diese misst eine Zeit, die den Einschaltwiderstands der Schalter R_{On} , den Leitungswiderstand R_L , den Serienwiderstand des Kondensators R_{ESR} sowie die interne Durchlaufzeit des Komparators t_{delay} berücksichtigt. Die Zeit kann dann von nachfolgend gemessenen Zeiten abgezogen werden.

Ist allerdings die Zeitmessung nicht direkt zugänglich, sondern nur das Resultat der Berechnung der Widerstandsänderung nach Gleichung 4.41, ist diese Kompensation nicht möglich. In diesem Fall kann eine Kompensationsmessung erfolgen, indem der Analogschalter eines Messwiderstands um einen sehr niederohmigen Schalter zur Bezugsmasse parallel ergänzt wird. Der zweite Messwiderstand wird an seinen Anschlussklemmen niederohmig überbrückt, Abbildung 5.3. Dadurch erfasst die erste Zeitmessung nur R_{ESR} , während die zweite Zeitmessung R_{On} , R_L und R_{ESR} erfasst. Da durch die Berechnung die Widerstandsdifferenz ausgewertet wird entspricht der erhaltene Messwert $R_{On} + R_L$.

5.2.2.2 Kompensation der Schalterwiderstände

Zur Kompensation der Einschaltwiderstände R_{On} werden zwei parallel geschaltete Schalter S11 und S12 vorgesehen, um insgesamt drei Entladezustände zu ermöglichen, Abbildung 5.4:

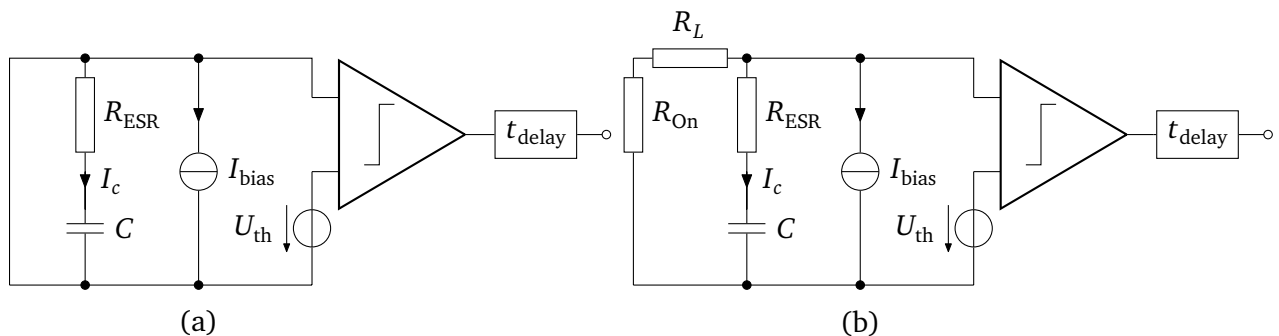


Abb. 5.3.: Ersatzschaltbilder der Kompensationsmessung bei zeitbasierter Auswertung durch Überbrücken der Messwiderstände. (a) Erste Messung mit Überbrückung des Analogschalters zur Bezugsmasse. (b) Zweite Messung mit Überbrückung des Messwiderstands direkt an seinen Anschlussklemmen.

- Die Entladung von C über R_1 in Reihe zum eingeschalteten S11 mit dem Widerstand $R_{On,11}$;
- die Entladung von C über R_1 in Reihe zum eingeschalteten S12 mit dem Widerstand $R_{On,12}$;
- die Entladung von C über R_1 in Reihe zur Parallelschaltung von den eingeschalteten S11 sowie S12.

Daraus ergeben sich gemäß Gleichung 4.39 die drei Gleichungen

$$t_A = (R_1 + R_{On,11})C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right); \quad (5.8a)$$

$$t_B = (R_1 + R_{On,12})C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right); \quad (5.8b)$$

$$t_{AB} = \left(R_1 + \frac{R_{On,11}R_{On,12}}{R_{On,11} + R_{On,12}}\right)C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right). \quad (5.8c)$$

Durch Auflösen von Gleichung 5.8a und 5.8b nach $R_{On,11}$ bzw. $R_{On,12}$ und Einsetzen in Gleichung 5.8c ergibt sich

$$R_1^2 + \frac{2t_{AB}}{C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)}R_1 + \frac{t_A t_{AB} + t_B t_{AB} - t_A t_B}{\left(C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)\right)^2} = 0. \quad (5.9)$$

Gleichung 5.9 kann nach dem gesuchten Messwiderstand R_1 aufgelöst werden:

$$R_1 C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) = t_{AB} \pm \sqrt{(t_A - t_{AB})(t_B - t_{AB})} \quad (5.10)$$

$$= t_{AB} \pm \left(-\frac{R_{On,11}R_{On,12}}{R_{On,11} + R_{On,12}} C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right)\right). \quad (5.11)$$

Die Umformung zu Gleichung 5.11 entsteht durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung 5.8c. Daraus ergibt sich auch, dass das negative Vorzeichen des Wurzelterms die richtige Lösung ist: Aus physikalischen Erwägungen müssen die Einschaltwiderstände die gemessene Zeit verlängern und positiv sein. Dies ist nur mit dem negativen Vorzeichen des Wurzelterms möglich.

Die wirkenden Schalterwiderstände können ebenfalls aus dem Gleichungssystem ermittelt werden:

$$R_{On,11} C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) = t_A - t_{AB} \pm \sqrt{(t_A - t_{AB})(t_B - t_{AB})}; \quad (5.12a)$$

$$R_{On,12} C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) = t_B - t_{AB} \pm \sqrt{(t_A - t_{AB})(t_B - t_{AB})}. \quad (5.12b)$$

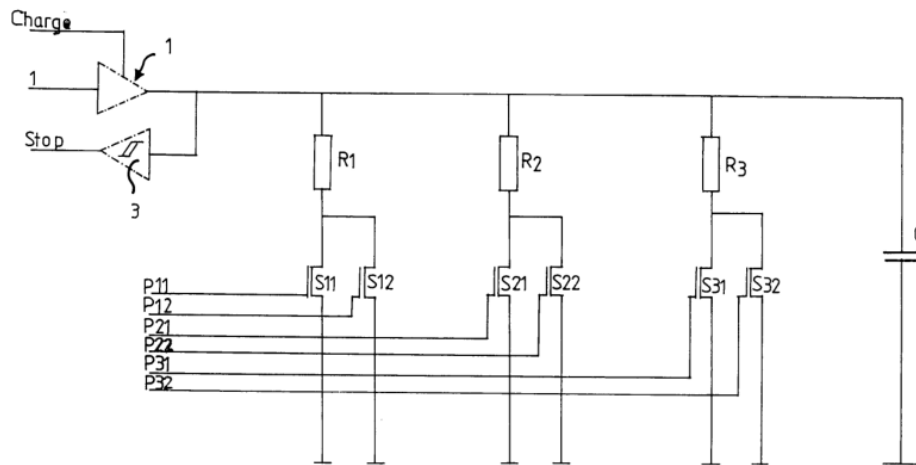


Abb. 5.4.: Prinzipschaltbild zur Kompensation der Einschaltwiderstände der Schalter R_{On} bei der zeitbasierten Auswertung [100].

Koeffizientenvergleich mit Gleichung 5.8a bzw. 5.8b und physikalische Erwägungen führen zu der Erkenntnis, dass hier das positive Vorzeichen des Wurzelterms die richtige Lösung darstellt.

Dieses Verfahren zur Kompensation bedingt, dass C , U_0 und U_{th} bekannt und konstant sind oder im Betrieb gemessen werden. In manchen Applikationen ist dies nur unzureichend möglich, da beispielsweise C durch unterschiedliche, vom Nutzer angeschlossene Kabel verändert wird. In diesem Fall kann Gleichung 5.11 auch für einen zweiten Messwiderstand aufgestellt und der Quotient beider Gleichungen gebildet werden. Dies ergibt eine Schätzung des Widerstandsverhältnisses R_1/R_2 , in welcher der Einfluss der Einschaltwiderstände R_{On} kompensiert ist und die keine Kenntnis von C , U_0 und U_{th} bedingt:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{t_{AB,1} + \sqrt{(t_{A,1} - t_{AB,1})(t_{B,1} - t_{AB,1})}}{t_{AB,2} + \sqrt{(t_{A,2} - t_{AB,2})(t_{B,2} - t_{AB,2})}}. \quad (5.13)$$

Im Fall einer Halbbrücke entspricht dies dem Verhältnis

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1+r}{1-r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R_1/R_2 - 1}{R_1/R_2 + 1} \quad (5.14)$$

und damit nach Einsetzen von Gleichung 5.13 und Kürzen

$$r = \frac{t_{AB,1} - t_{AB,2} - \sqrt{(t_{A,1} - t_{AB,1})(t_{B,1} - t_{AB,1})} + \sqrt{(t_{A,2} - t_{AB,2})(t_{B,2} - t_{AB,2})}}{t_{AB,1} + t_{AB,2} - \sqrt{(t_{A,1} - t_{AB,1})(t_{B,1} - t_{AB,1})} - \sqrt{(t_{A,2} - t_{AB,2})(t_{B,2} - t_{AB,2})}}. \quad (5.15)$$

Während Gleichung 5.13 in [102] bereits angedeutet wird, wurden die nachfolgenden Gleichungen in der vorliegenden Arbeit entwickelt und werden nach Kenntnis des Autors bisher nicht angewendet.

5.2.2.3 Kompensation der Verzögerungszeit des Komparators

Die Idee von drei Schaltzuständen kann auch zur Kompensation der Durchlaufzeit des Komparators t_{delay} angewendet werden. Das Verfahren ist in [102] dargestellt. Bezugnehmend auf Abbildung 4.9(b) werden drei Entladezustände genutzt:

- Die Entladung von C über R_1 ;
- die Entladung von C über R_2 ;
- die Entladung von C über die Parallelschaltung von R_1 und R_2 .

Daraus ergeben sich drei gemessene Zeiten

$$t_X = R_1 C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) + t_{delay} = t_1 + t_{delay}; \quad (5.16a)$$

$$t_Y = R_2 C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) + t_{delay} = t_2 + t_{delay}; \quad (5.16b)$$

$$t_{XY} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \ln\left(\frac{U_0}{U_{th}}\right) + t_{delay} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} + t_{delay}; \quad (5.16c)$$

die jeweils die fehlerfrei gemessenen Zeiten t_1 und t_2 nach Gleichung 4.39 sowie additiv t_{delay} beinhalten. Das Gleichungssystem kann gelöst werden zu:

$$t_{delay} = t_{XY} \pm \sqrt{(t_X - t_{XY})(t_Y - t_{XY})}; \quad (5.17)$$

$$t_1 = t_X - t_{XY} \pm \sqrt{(t_X - t_{XY})(t_Y - t_{XY})} = t_X - t_{delay}; \quad (5.18)$$

$$t_2 = t_Y - t_{XY} \pm \sqrt{(t_X - t_{XY})(t_Y - t_{XY})} = t_Y - t_{delay}. \quad (5.19)$$

Wieder ergibt sich aus einem Koeffizientenvergleich und physikalischen Überlegungen, dass das negative Vorzeichen des Wurzelterms die richtige Lösung ist. r ergibt sich dann zu, vgl. Gleichung 4.41,

$$r = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} = \frac{t_X - t_Y}{t_X + t_Y + 2t_{\text{delay}}}. \quad (5.20)$$

Mit diesem Verfahren kann aus drei Messungen (t_X , t_Y , t_{XY}) zunächst t_{delay} und anschließend r berechnet werden. Der gewonnene Messwert für r ist dann um den Einfluss von t_{delay} kompensiert. In der Regel wird sich t_{delay} im Betrieb nur geringfügig ändern, dominierend durch Temperaturänderungen. Daher kann man t_{XY} mit geringerer Abtastrate als t_X und t_Y ermitteln, t_{delay} berechnen und speichern und gemäß Gleichung 5.20 zur Kompensation nutzen.

5.2.2.4 Kombination der Kompensationsmöglichkeiten

Um die Kompensation von R_{On} und t_{delay} zu kombinieren, kann ausgenutzt werden, dass die Kompensation von t_{delay} unabhängig von R_{On} ist. Das Gleichungssystem ergibt dieselbe Lösung, wenn R_1 und R_2 additiv um R_{On} ergänzt werden. Umgekehrt ist t_{delay} in jeder gemessenen Zeit in Gleichung 5.15 enthalten und muss jeweils subtrahiert werden. Modifizieren und Vereinfachen von Gleichung 5.15 ergibt

$$r = \frac{t_{AB,1} - t_{AB,2} - \sqrt{(t_{A,1} - t_{AB,1})(t_{B,1} - t_{AB,1})} + \sqrt{(t_{A,2} - t_{AB,2})(t_{B,2} - t_{AB,2})}}{t_{AB,1} + t_{AB,2} - 2t_{\text{delay}} - \sqrt{(t_{A,1} - t_{AB,1})(t_{B,1} - t_{AB,1})} - \sqrt{(t_{A,2} - t_{AB,2})(t_{B,2} - t_{AB,2})}}. \quad (5.21)$$

Zur Bestimmung von r muss folgender Messablauf eingehalten werden:

1. Entladung von C über R_1 , unerheblich, in welcher Schalterkonfiguration. Messung von t_X .
2. Entladung von C über R_2 , unerheblich, in welcher Schalterkonfiguration. Messung von t_Y .
3. Entladung von C über die Parallelschaltung von R_1 und R_2 , unerheblich, in welcher Schalterkonfiguration. Messung von t_{XY} .
4. Berechnung von t_{delay} nach Gleichung 5.17.
5. Entladung von C über R_1 über den Schalter S11. Messung von $t_{A,1}$.
6. Entladung von C über R_1 über den Schalter S12. Messung von $t_{B,1}$.
7. Entladung von C über R_1 über die Parallelschaltung von S11 sowie S12. Messung von $t_{AB,1}$.
8. Entladung von C über R_2 über den Schalter S21. Messung von $t_{A,2}$.
9. Entladung von C über R_2 über den Schalter S22. Messung von $t_{B,2}$.
10. Entladung von C über R_2 über die Parallelschaltung von S21 sowie S22. Messung von $t_{AB,2}$.
11. Berechnung von r mit Gleichung 5.21.

Alle Zeiten in Gleichung 5.21 sind linear abhängig von der Messgröße, da diese R_1 und R_2 verändert. Der komplette Messablauf muss daher für jede Messung von r deutlich schneller ablaufen als sich die Messgröße zeitlich verändert. Eine Ausnahme stellen die Schritte 1 bis 4 dar. Kann man annehmen, dass t_{delay} sich viel langsamer als die Messgröße ändert, dann können diese vier Schritte mit geringerer Abtastrate ausgeführt werden. Für die R_{On} -Kompensation, also die Schritte 5 bis 10, kann keiner der Einzelschritte mit geringerer Abtastrate ausgeführt werden. Dies gilt auch, wenn sich die Widerstände R_{on} viel langsamer als die Messgröße ändern. Der Grund dafür ist, dass die Widerstände R_{on} nicht explizit berechnet werden, sondern nur implizit in allen Termen enthalten sind.

5.3 Kompensation durch Aufnahme und Speicherung der Abweichungen

Der funktionale Zusammenhang der Ausgangsgröße eines Sensors ist eine Funktion der Eingangsgrößen oder auch ein Kennfeld. Bestimmt man Stützstellen dieses Kennfelds, kann man auf das gesamte Kennfeld

schließen. Eine Stützstelle zeichnet sich dadurch aus, dass eine oder mehrere der Eingangsgrößen bekannt sind und die Stützstelle so mit einer verbleibenden Unsicherheit im Kennfeld verortet werden kann. Ist die Unsicherheit der Stützstellen kleiner als die des gesamten Kennfeldes, kann durch den Schluss auf das gesamte Kennfeld dessen Unsicherheit reduziert werden.

Eine solche Aufnahme von Stützstellen wird häufig am Ende der Fertigung durchgeführt. Meist werden die Messgröße und die Temperatur variiert. Dadurch entsteht für jeden gefertigten Sensor ein Kennfeld, dessen Unsicherheit kleiner als das der gesamten Serie (inklusive Fertigungsschwankungen) ist. Dieses Kennfeld kann auf verschiedene Weisen aus den Stützstellen abgeleitet werden:

Eine Möglichkeit ist die Interpolation der Stützstellen. Dazu wird als Ansatz eine stückweise definierte Funktion gewählt, deren Stücke sich jeweils zwischen zwei Stützstellen befinden. Zwischen den Stützstellen wird interpoliert, meist linear. Die Funktion durchquert also alle Stützstellen exakt. Die Stützstellen sind jedoch selbst mit einer Unsicherheit behaftet, mindestens durch Rauschen. Es gilt daher eine ähnliche Überlegung wie in Abschnitt 5.2.1: Nur wenn die Abweichung des Sensors durch langsam variierende Größen bestimmt wird, die durch die Interpolation geschätzt werden, kann das Verfahren gewinnbringend eingesetzt werden. Ist die Unsicherheit des Sensors dagegen durch die Messunsicherheit schwankender Größen mit unbekannter zeitlicher Abhängigkeit bestimmt, so bringt eine Korrektur durch Interpolation keinen Gewinn. Im Gegenteil birgt sie die Gefahr, zusätzliche systematische Abweichungen einzuführen.

Eine zweite Möglichkeit der Kennfeldapproximation ist die Regression mittels eines Modellansatzes und eines Fehlerkriteriums. Hier wird als Ansatz eine stetige Funktion gewählt. Für eine eindeutige Beziehung zwischen Ein- und Ausgangsgröße sollte sie streng monoton und bijektiv sein. Häufig wird ein Polynom gewählt, da dieses keine weitere Kenntnis über den Sensor voraussetzt. KUHN [5] zeigt anhand eines kapazitiven Drucksensors, dass mit Ansätzen dritter Ordnung eine Korrektur abgeleitet werden kann, die alle systematischen Abweichungen korrigiert. Alternativ können die in den vorherigen Kapiteln hergeleiteten physikalischen Zusammenhänge als Modellansatz verwendet werden.

Wählt man als Modellansatz ein Polynom, als Fehlerkriterium der Regression den RMS-Wert der Abweichungen der einzelnen Stützstellen und entspricht die pdf der Messunsicherheit einer Normalverteilung, dann konvergiert das Polynom unter schwachen zusätzlichen Voraussetzungen mit zunehmender Anzahl an Messwerten gegen das wahre Übertragungsverhalten [107, S. 210]. Die Standardabweichung σ_K der geschätzten Parameter entspricht [107, S. 208]

$$\sigma_K = \frac{\sigma_{\text{Rauschen}}}{\sigma_{\text{Referenz}}} \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (5.22)$$

Sie hängt damit vom SNR $\sigma_{\text{Rauschen}}/\sigma_{\text{Referenz}}$ der Referenzvorgabe der Messgröße sowie der Anzahl an Messungen ab. Diese Feststellung macht die Wahl eines Polynoms sehr attraktiv: Eine Aufnahme von Stützstellen kann mit sehr geringem Vorwissen (Maximalwerte) über den Sensor erfolgen. Man muss allerdings sicherstellen, dass die Messunsicherheit bei der Aufnahme der Stützstellen einer Normalverteilung entspricht. Je höher man den SNR erzielen kann, desto weniger Messungen werden benötigt. Physikalische Grenzen des SNR wurden in Abschnitt 4.1.1 und Abschnitt 4.2.1 bereits aufgezeigt.

5.4 Zusammenfassung und Auswertung von Kapitel 5

Ändern sich Eingangsgrößen des funktionalen Zusammenhangs des Sensors langsamer als die Messgröße über der Zeit, kann eine Verbesserung des Sensorverhaltens erzielt werden, indem der Einfluss dieser Größen kompensiert wird. Kompensationsmöglichkeiten sind das Einfügen von Widerständen in die Umformerschaltung, die Durchführung von zusätzlichen Messungen zur Ermittlung von Störgrößen sowie die Messung und Speicherung des gesamten Kennfelds des Sensors. Alle drei Möglichkeiten sind miteinander kombinierbar.

Das Einfügen von Widerständen ist ein Vorgang, der in der Regel nur einmalig am Ende der Fertigung durchgeführt wird. Die Ergänzungswiderstände werden dann zum Schutz vor Umwelteinflüssen vergossen und sind damit nur mit hohem Aufwand änderbar. Diese Art der Kompensation wirkt aber im Betrieb ohne zusätzlichen Mess- oder Rechenaufwand und verändert auch die Bandbreite nur unbedeutend. Sie wird damit trotz des hohen Fertigungsaufwands sehr häufig eingesetzt.

Die Durchführung von zusätzlichen Messungen im Betrieb ist ebenfalls in vielen Geräten als Nullpunktgleich (Auto-Zero, Tare) enthalten. Sie kann an verschiedenen Stellen der Messkette eingesetzt werden und erlaubt jeweils die Kompensation von mehr oder weniger vielen Eingangsgrößen. Für die zeitbasierte Auswertung wird in diesem Kapitel das aus dem Stand der Technik bekannte Verfahren um einige Schritte erweitert, so dass erstmals eine Messung der Widerstandsänderung unter Kompensation der Schalterwiderstände sowie der Verzögerungszeit des Komparators möglich wird.

Die Kompensation durch Aufnahme des Kennfelds ist mit der preisgünstigen Verfügbarkeit digitaler Speicher sehr attraktiv geworden. Sie bedingt, dass hochwertige Referenzmessgeräte zur Verfügung stehen, die vernachlässigbare Abweichungen aufweisen. Ansonsten besteht die Gefahr, zusätzliche systematische Abweichungen einzuführen. Stehen diese Referenzmessgeräte zur Verfügung und entspricht die pdf der Messunsicherheit einer Normalverteilung, konvergiert eine Approximation durch ein Polynom gegen das wahre Sensorverhalten. Die Messunsicherheit eines Sensors kann damit über die Anzahl an gemessenen Stützstellen des Kennfeldes bestimmt werden, bis das Rauschen des Sensors erreicht ist.

Die Anwendung aller Möglichkeiten ist durch die zeitliche Änderung der kompensierten Größen begrenzt: sie kann nur solange erfolgen, wie sich die kompensierten Größen nicht soweit ändern, dass sie einen signifikanten Einfluss auf die Abweichung verursachen.

6 Methodik der Unsicherheitsanalyse

Nachdem in den bisherigen Kapiteln die Funktionsweise und die funktionalen Zusammenhänge von resistiven Sensoren und ihrer Auswertung dargestellt wurden, soll nun die Analyse ihrer Unsicherheit erfolgen. Dazu wird das Konzept der Messunsicherheit, eingeführt im "Guide to the expression of uncertainty in measurements" [8] (GUM), verwendet und um Betrachtungen zur Abweichung ergänzt. In Abschnitt 6.1 werden zunächst die einzelnen Schritte des GUM vorgestellt, in Abschnitt 6.2 die in dieser Arbeit verwendeten Ergänzungen.

6.1 Messunsicherheitsbetrachtung nach GUM

Anmerkung: Zur Vereinfachung der Notation wird in dieser Beschreibung nicht zwischen einer physikalischen Größe und der Zufallsvariablen, die eine Beobachtung derselben beschreibt, unterschieden. Weiterhin werden im Gegensatz zum "Guide to the expression of uncertainty in measurements" [8] (GUM) verschiedene Größen mit Kleinbuchstaben bezeichnet und deren Zusammenfassung in Vektorform mit Großbuchstaben. Außerdem wird in der Notation nur wo nötig zwischen dem Schätzwert des Erwartungswerts einer Zufallsgröße und ihrem Erwartungswert unterschieden.

Die Schritte zur Ermittlung einer Messunsicherheit werden im GUM erläutert. Eine allgemeinere und übersichtlichere Darstellung ist jedoch im ersten Nachtrag [41] enthalten. An diesem orientiert sich die folgende Beschreibung. Die Schritte der Messunsicherheitsbetrachtung sind:

1. Formulierung der Messaufgabe (*Formulation*).

Eine Messung mit dem Messergebnis y (im Fall mehrerer Messgrößen kann dies auch ein Vektor Y sein) entsteht aus dem Zusammenwirken von N Eingangsgrößen x_i durch einen funktionalen Zusammenhang f . Die Formulierung der Messaufgabe hat zum Ziel, Eingangsgrößen und den funktionalen Zusammenhang zwischen ihnen zu beschreiben und unterteilt sich in die folgenden Schritte:

- a) Definition der Messgröße y .
- b) Ermitteln der Eingangsgrößen x_i , aus denen sich y ergibt.
- c) Aufstellung des funktionalen Zusammenhangs

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N). \quad (6.1)$$

Gleichung 6.1 wird auch als Modellgleichung bezeichnet. PESCH [108] unterscheidet noch weitergehend die Prozessgleichung der eigentlichen Messung, beispielsweise $R = U/I$, und die Modellgleichung mit allen Fehlereinflüssen, z.B. $R = (U_{\text{meas}} + U_{\text{Offset}} + U_{\text{noise}})/I_{\text{meas}}$. In diesem Beispiel bezeichnet U_{meas} den abgelesenen Spannungsmesswert, U_{Offset} ein a priori ermitteltes Nullpunktsignal des Spannungsmessgeräts, U_{noise} das Rauschen des Spannungsmessgeräts und I_{meas} den abgelesenen Strommesswert. Die Modellgleichung ist im Idealfall explizit gegeben und differenzierbar. Sie kann jedoch auch implizit in der Form $0 = f(y, x_1, x_2, \dots, x_N)$ vorliegen oder in Form eines numerischen Computerprogramms.

- d) Zu jeder Eingangsgröße x_i muss die pdf ermittelt werden. Dies kann durch die statistische Auswertung einer Versuchsreihe erfolgen und wird dann Typ A genannt. Alternativ kann Typ B verwendet werden, der sich auf alle anderen Quellen bezieht, beispielsweise Kalibrierscheine, Datenblätter, wissenschaftliche Veröffentlichungen, Erfahrungswerte aus der Vergangenheit, etc.. In beiden Fällen steht am Ende der Betrachtung ein Schätzwert des Erwartungswerts jeder Eingangsgröße $E(x_i)$ sowie deren Standardunsicherheit $u(x_i)$, die sich aus der Wurzel der Varianz ergibt. Es wird also nicht analytisch mit der pdf gerechnet, sondern mit den daraus abgeleiteten Parametern.

Zur Ermittlung einer Typ A Unsicherheit muss eine Versuchsreihe unter Wiederholbedingungen durchgeführt werden. Unter der sehr häufig getroffenen Annahme unkorrelierter normal verteilter Eingangsgrößen und linearer Modellgleichung entspricht das arithmetische Mittel \bar{x} der n Messwerte $x_{i,j}$ dem besten Schätzwert des Erwartungswertes $E(x_i)$ und berechnet sich zu:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{i,j}. \quad (6.2)$$

Die Varianz der Zufallsvariable $\text{Var}(x_i)$ wird aus der empirischen Varianz geschätzt. Der GUM empfiehlt die Angabe in Form der Standardunsicherheit $u(x_i) = \sqrt{\text{Var}(x_i)}$ (positive Wurzel) da sie die gleiche Einheit wie die Eingangsgröße aufweist:

$$u(x_i) = \sqrt{\text{Var}(x_i)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \bar{x})^2}. \quad (6.3)$$

Zur Beurteilung der Güte der Messung sollen die effektiven Freiheitsgrade ν angegeben werden. Diese ergeben sich aus der Anzahl der unabhängigen Messungen abzüglich der daraus ermittelten Ergebnisse. Im häufigsten Fall wird aus n Messwerten ein Mittelwert berechnet, dann ist $\nu = n - 1$. Anhand dieser Freiheitsgrade kann später bei der Berechnung von Vertrauensintervallen die Qualität der Messung berücksichtigt werden. Bei Annahme einer Normalverteilung geschieht dies durch Anwendung der Student- t -Verteilung. Weiterhin empfiehlt sich, auch wenn dies im GUM nicht erwähnt wird, die Messwerte auf die a priori angenommene Verteilung zu prüfen, beispielsweise mit dem SHAPIRO-WILK-Test [109].

Erfolgt die Ermittlung der Standardunsicherheit nach Typ B, muss zunächst geprüft werden, welche Informationen über die Verteilung vorliegen. Um verschiedene Verteilungen bei der Messunsicherheitsbetrachtung miteinander verrechnen zu können, werden diese auf eine normal verteilte Größe normiert. Die beiden häufigsten Fälle sind einerseits die Kenntnis einer Normalverteilung mit assoziierter Standardabweichung oder -unsicherheit aus einem Kalibrierschein, andererseits die Angabe von Genauigkeitsgrenzen aus dem Datenblatt eines Messgerätes ohne weitere Information über die Verteilung. In letzterem Fall liegen nur Ober- und Untergrenzen vor und der GUM empfiehlt die Annahme, dass alle Werte zwischen diesen Grenzen gleich wahrscheinlich vorkommen, also eine Rechteck- oder Gleichverteilung. Für eine Rechteckverteilung mit den Schranken a_+ und a_- berechnet sich $u(x_i)$ beispielsweise zu

$$u(x_i) = \sqrt{\frac{(a_+ - a_-)^2}{12}} \quad \text{und für } a_+ = -a_- : \quad u(x_i) = \frac{a^2}{\sqrt{3}}. \quad (6.4)$$

Der GUM und der erste Nachtrag dazu [41] enthalten viele Ausführungen und Beispiele zu weiteren Verteilungen.

- e) Die Eingangsgrößen müssen auf Korrelationen geprüft und gegebenenfalls die Kovarianzen ermittelt werden.

2. Berechnen der pdf der Ausgangsgrößen (Propagation)

Der im GUM beschriebene Rechenweg lässt zwei mögliche Verteilungen der Ausgangsgröße zu: Eine Normalverteilung oder eine skalierte und verschobene t -Verteilung. Eine t -Verteilung ergibt sich dann, wenn die Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen x_i ebenfalls aus t -Verteilungen mit Angabe der Freiheitsgrade ermittelt wurden. Dies ist insbesondere bei einer Typ A Ermittlung der Fall. Um die Varianz der Ausgangsgröße $u_c^2(y)$, im GUM kombinierte Standardunsicherheit genannt, zu erhalten, verwendet der GUM den bereits von GAUSS für die Fehlerfortpflanzung eingeführten Ansatz einer linearen Gradientenbildung der Modellfunktion um das erwartete Ergebnis. Die dabei

benötigten partiellen Ableitungen $\partial f / \partial x_i$ werden auch als Sensitivitätskoeffizienten c_i bezeichnet, da sie die Empfindlichkeit der Modellfunktion auf Änderungen dieser Eingangsgröße angeben. Bei einer explizit gegebenen Modellfunktion ist

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)}. \quad (6.5)$$

Liegt die Modellfunktion nicht als explizite oder differenzierbare Funktion vor, können die Sensitivitätskoeffizienten auch durch numerische Gradientenbildung berechnet werden. In diesem Fall wird:

$$c_i u(x_i) = \frac{1}{2} [f(E(x_1), \dots, E(x_i) + u(x_i), E(x_N)) - f(E(x_1), \dots, E(x_i) - u(x_i), E(x_N))]. \quad (6.6)$$

3. Angeben der Ausgangsgröße (*Summarizing*)

- a) Der Erwartungswert $E(y)$ ergibt sich durch Einsetzen der $E(x_i)$ in die Modellfunktion.
- b) Die Standardabweichung von y ist $u_c(y)$.
- c) Unter schwachen Voraussetzungen, s.u., kann der Vertrauensbereich für ein gefordertes Vertrauensniveau angegeben werden. Dazu wird der Erweiterungsfaktor k entsprechend gewählt und die erweiterte Unsicherheit $ku_c(y)$ angegeben. Ist beispielsweise die pdf von y eine Normalverteilung, steht $k = 2$ für ein Vertrauensniveau von 95,45%. Der GUM empfiehlt grundsätzlich die Angabe der kombinierten Unsicherheit (bzw. $k = 1$), wenn keine Verwechslungsgefahr bzgl. des Vertrauensniveaus besteht. Dieser Konvention folgt die vorliegende Arbeit, so dass stets $k = 1$ gilt, wenn nicht anders angegeben. Im GUM und dem ersten Nachtrag finden sich viele Beispiele und Hinweise zur Berechnung des Erweiterungsfaktors und des korrespondierenden Vertrauensbereichs.

Diese Vorgehensweise wird seit dem ersten Nachtrag zum GUM [41] als "GUM uncertainty framework" (GUF) bezeichnet. Sie ist für lineare Modellgleichungen (bezogen auf die Eingangsgrößen x_i) ohne notwendige Bedingungen anwendbar, um eine Standardunsicherheit zu berechnen. Ein Vertrauensbereich für den Messwert kann angegeben werden, wenn verschiedene Bedingungen erfüllt sind [41, S. 12f], die im Wesentlichen darauf abzielen, dass die Verteilung der Ausgangsgröße einer Normalverteilung oder skalierten und verschobenen t -Verteilung entspricht. Dies ist, vereinfacht gesagt, erfüllt, wenn alle Eingangsgrößen x_i normal verteilt sind oder genügend x_i vorhanden sind, von denen keine der nicht normal verteilten x_i einen dominierenden Beitrag zu u_c leistet. Dann ist der zentrale Grenzwertsatz anwendbar, der besagt, dass der Grenzwert der Überlagerung vieler nicht korrelierter pdf eine Normalverteilung ergibt.

Für nichtlineare Modellgleichungen ist das GUF dann anwendbar, wenn, wiederum vereinfacht, die Taylorreihenentwicklung um alle signifikanten Glieder höherer Ordnung erweitert wird, die dafür benötigten Differentiale auch gebildet werden können und die Eingangsgrößen x_i mit nichtlinearen Modellen normal verteilt und unabhängig sind [41, S. 13]. Zusätzlich muss sichergestellt sein, dass $E(y) = E(f(X)) = f(E(X))$ gilt. Dies ist für nichtlineare Modellgleichungen allgemein nicht gegeben [8, S. 9].

Um einerseits auch nichtlineare Modellgleichungen und vielfältigere pdfs der Ausgangsgröße zu berücksichtigen und andererseits eine Möglichkeit zur numerischen Validierung des GUF zu schaffen, wurde im ersten Nachtrag die Monte-Carlo-Simulation (MCM) eingeführt. Bei der Anwendung dieser Methode wird eine Simulation mit M Durchläufen durchgeführt. In jedem Durchlauf wird für alle x_i ein Wert gemäß der pdf zufällig gezogen und in die Modellfunktion eingesetzt. Als Ergebnis ergibt sich bei ausreichend

großem M eine diskrete Annäherung der pdf von y , die dann mit dem Ergebnis des GUF verglichen werden kann. Entscheidend ist dabei die Wahl von M , um den Fehler durch die diskrete Näherung zu minimieren. Der Nachtrag beschreibt, dass in der Regel $1E6$ Durchläufe für eine Genauigkeit auf zwei signifikante Dezimalstellen ausreichend sind. Er beschreibt aber auch einen Algorithmus, um während der Anwendung der MCM zu prüfen, ob eine gegebene Genauigkeit bereits erreicht ist. Mit einer ähnlichen Prüfung kann auch entschieden werden, ob das Ergebnis des GUF durch die MCM falsifiziert wird.

6.2 Erweiterung der Unsicherheitsanalyse in dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird weitgehend das GUF verwendet, allerdings mit einigen Ergänzungen. Ein wesentlicher Aspekt ist, dass die Unsicherheitsanalyse in dieser Arbeit nicht nur zur Angabe der Unsicherheit einer realen Messung angewendet werden soll, sondern auch zur Analyse und zum Vergleich verschiedener Messprinzipien und Messaufbauten. Dieser Vergleich soll insbesondere als Simulation in Software durchgeführt werden. Dies ermöglicht letztlich den Einsatz als Werkzeug zur Prognose von Fertigungsschwankungen eines Messsystems.

Dazu werden zunächst alle Eingangsgrößen x_i als Zufallsvariablen mit stochastischer Verteilung aufgefasst. Dies schließt allerdings nicht aus, dass eine Eingangsgröße mit Standardunsicherheit Null beschrieben wird. Im Gegenteil ist dies gerade notwendig, um dem simulierten Messsystem eine Anregung vorzugeben. Beispielsweise kann die Messgröße auf diese Weise abgebildet werden, die in einer Simulation dem Messsystem als „wahrer Wert“ zugeführt werden kann. Man kann dann den Ausgangswert des simulierten Messsystems mit der Messgröße vergleichen, um festzustellen, wie gut dieser „wahre Wert“ abgebildet wird. Alternativ kann man beispielsweise den wahren Wert mit einer Toleranz festlegen und eine Störgröße wie die Temperatur als Anregung variieren. So lässt sich eine Aussage erhalten, in welchem Verhältnis Störgrößeneffekte und Messgröße zueinander stehen.

Zur Modellbildung einer Messung werden in dieser Arbeit drei Aspekte des Messergebnisses unterschieden: der ideale Messwert y_{ideal} , die systematische Abweichung Δy sowie die Messunsicherheit u_C , welche die Wahrscheinlichkeitsverteilung mehrerer Messwerte beschreibt, Abbildung 6.1. Im GUM werden demgegenüber nur idealer Messwert und Messunsicherheit verwendet, da schlicht angenommen wird, dass alle bekannten Korrekturen angewendet wurden. Die in dieser Arbeit verwendete Vorgehensweise erweitert dies um die Abweichung, um gerade durch die Simulation Abweichungen festzustellen und entsprechende Korrekturen abzuleiten.

Zur Ermittlung dieser Ergebnisse sind für jede Eingangsgröße x_i die folgenden Angaben nötig:

- Idealer Wert $x_{i,\text{ideal}}$;
- Erwartungswert $x_{i,\text{Expe}}$, ermittelt aus der pdf;
- Varianz $x_{i,\text{Var}}$, ermittelt aus der pdf.

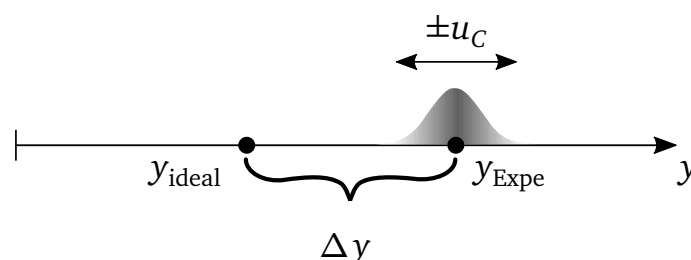


Abb. 6.1.: Darstellung der Aspekte eines Messergebnisses, die in dieser Arbeit betrachtet werden, auf einem Zahlenstrahl von y : Der ideale/gewünschte Messwert y_{ideal} , der Erwartungswert des erhaltenen Messergebnisses y_{Expe} , die systematische Abweichung Δy sowie die Messunsicherheit u_C .

Die jeweiligen Werte werden zusammengefasst als Vektoren X_{ideal} , X_{Expe} und X_{Var} bezeichnet, die Gesamtzahl der Einflussparameter als N .

Die Ermittlung des idealen Messwertes erfolgt durch Einsetzen von X_{ideal} in f :

$$y_{\text{ideal}} = f(X_{\text{ideal}}). \quad (6.7)$$

Die Berechnung der systematischen Abweichung Δy erfolgt mittels einer Taylorreihenentwicklung bis Grad Ω der Abweichungen um den idealen Punkt $y_{\text{ideal}} = f(X_{\text{ideal}})$, ausgewertet am Punkt X_{Expe} , mit dem Ansatz

$$\Delta y = y - y_{\text{ideal}} = \sum_{w=1}^{\Omega} \frac{1}{w!} \left[\sum_{i=1}^N (X_{\text{Expe}} - X_{\text{ideal}}) \frac{\delta}{\delta x_i} \right]^w f(X_{\text{ideal}}). \quad (6.8)$$

Die einzelnen Summanden der zweiten Summe (über i) stellen bei einer Taylorreihe erster Ordnung die einzelnen Beiträge der Einflussparameter zur systematischen Abweichung dar. Mit höheren Ordnungen ergeben sich zusätzlich Mischterme aus w Einflussparametern. Diese müssen als gemeinsamer Beitrag beider Einflussparameter gesehen werden, der nicht weiter unterschieden werden kann.

Aus den Beiträgen der einzelnen Summanden zur systematischen Abweichung Δy kann abgelesen werden, welchen Beitrag jeder einzelne Parameter zur gesamten Abweichung beisteuert. Dies wiederum kann im Entwurfsprozess als Startpunkt zur Verbesserung des Messsystems dienen. Es ist dabei hilfreich, die einzelnen Beiträge nicht nur absolut, sondern auch im Verhältnis zur systematischen Abweichung zu betrachten. Dazu wird die Effektgröße

$$s_{\Delta y, i} = \frac{(x_{i, \text{Expe}} - x_{i, \text{ideal}}) \frac{\delta f(X_{\text{ideal}})}{\delta x_i}}{y_{\text{Expe}} - y_{\text{ideal}}} \quad (6.9)$$

eingeführt, hier für die linearen Glieder der Taylorreihe gezeigt. Das Vorzeichen der Effektgröße ist relevant und kann auch zu Effektgrößen größer 1 führen. So können beispielsweise zwei additive Eingangsgrößen einen ähnlichen Betrag viel größer als die Messgröße aufweisen, aber unterschiedliche Vorzeichen führen. Da nur die Summe relevant für das Messergebnis ist, ergibt dies Effektgrößen größer 1 und nur aus der Zusammenschau von Beträgen und Vorzeichen ergibt sich eine nutzbare Aussage.

Ein besonderes Problem ergibt sich für Multiplikationen und Divisionen. Wird beispielsweise in einer Modellgleichung $y = x_1 + x_2/x_3$ die Größe x_2 um einen Verstärkungsfaktor x_3 gedämpft, ist nicht klar, ob x_2 oder x_3 mehr Einfluss auf die Abweichung ausübt. Klar ist aber, dass die Kombination beider eine Abweichung hervorruft. Eine Möglichkeit, solche Einflussparameter zu erfassen, ist die Auslagerung in sogenannte Vorberechnungen. Diese stellen eine eigene Unsicherheitsanalyse dar, deren Ergebnis in die Modellgleichung der übergeordneten Analyse eingeht. Im Beispiel würde der Term x_2/x_3 in eine solche Vorberechnung ausgelagert.

Während die Betrachtung der systematischen Abweichung auf das Zustandekommen des Erwartungswerts der Messwerte abzielt, beschreiben die Standardunsicherheiten der Einflussparameter $u(x_i) = \sqrt{\text{Var}(x_i)}$ die Unsicherheit dieses Erwartungswerts. Die Varianz der Messwerte, in Übereinstimmung mit dem GUM kombinierte Unsicherheit u_C genannt, wird mit einer Taylorreihenentwicklung bis Grad Ω um den Erwartungswert $y_{\text{Expe}} = f(X_{\text{Expe}})$ mit dem Ansatz

$$u_C^2 = (y - y_{\text{Expe}})^2 = \left(\sum_{w=1}^{\Omega} \frac{1}{w!} \left[\sum_{i=1}^N (u(x_i)) \frac{\delta}{\delta x_i} \right]^w f(X_{\text{Expe}}) \right)^2 \quad (6.10)$$

berechnet. Durch die Quadrierung ergeben sich auch hier zusätzliche Mischterme zweier Variablen, die nun die Kovarianz beider Variablen beschreiben.

Auch in diesem Schritt stellen die Summanden der inneren Summe die Beiträge der jeweiligen Einflussparameter zu u_C dar. Durch die nachfolgende Quadrierung ist die Auswirkung auf u_C jedoch nichtlinear. Da eine Varianz berechnet wird, sind alle $u(x_i)$ positiv und alle Summanden der inneren Summe weisen das gleiche Vorzeichen auf. Wiederum lässt sich für jeden Summanden eine Effektgröße, hier nur für die linearen Glieder gezeigt, angeben:

$$s_{u,i} = \frac{u^2(x_i) \left(\frac{\delta f(X_{\text{Expe}})}{\delta x_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^N (u^2(x_i)) \left(\frac{\delta f(X_{\text{Expe}})}{\delta x_i} \right)^2} \quad (6.11)$$

Zusammenfassend empfiehlt die vorliegende Arbeit den folgenden, modifizierten Ablauf einer Unsicherheitsanalyse:

1. Formulation

- a) Definition der Messgröße y .
- b) Ermitteln der x_i , aus denen sich y ergibt.
- c) Aufstellen des funktionalen Zusammenhangs $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$.
- d) Ggf. Ausgliedern einzelner Terme in Vorberechnungen.
- e) Ermitteln der pdf für jedes x_i .

2. Propagation

- a) Analytisches Ermitteln der Ableitungen $\delta f(X)/\delta x_i$.
- b) Ermitteln von $y_{\text{ideal}} = f(X_{\text{ideal}})$, $y_{\text{Expe}} = f(X_{\text{Expe}})$ sowie der Werte aller Ableitungen an den Punkten X_{ideal} und X_{Expe} .
- c) Berechnen der systematischen Abweichung nach Gleichung 6.8, dabei Speicherung der einzelnen Summanden der inneren Summe.
- d) Ermitteln der Effektgrößen $s_{\Delta y,i}$ nach Gleichung 6.9, indem die im vorherigen Schritt gespeicherten Summanden auf die gesamte Abweichung bezogen werden.
- e) Berechnen der Messunsicherheit nach Gleichung 6.10, dabei Speicherung der einzelnen Summanden der inneren Summe.
- f) Berechnen der Effektgrößen $s_{u,i}$ nach Gleichung 6.11, indem die im vorherigen Schritt gespeicherten Summanden auf die gesamte Messunsicherheit bezogen werden.

3. Summarizing

- a) Angabe des idealen Messwertes y_{Ideal} .
- b) Angabe des Erwartungswerts $E(y) = y_{\text{Expe}}$.
- c) Angabe der Messunsicherheit $u_C(y)$.

Dieser empfohlene Ablauf einer Unsicherheitsanalyse wurde vom Autor automatisiert in der Software Matlab (The Mathworks, Natick, Massachusetts, USA) implementiert. Beispiele der Anwendung auf die Sensorelektronik elektromechanischer Sensoren werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

7 Unsicherheitsanalyse ausgewählter Beispiele der Auswertelektronik resistiver Sensoren

Das in Kapitel 6 vorgestellte Verfahren zur Unsicherheitsanalyse von Messsystemen soll im Folgenden an Beispielen verdeutlicht werden. Die Beispiele sind Varianten zur Auswertung von resistiven Sensoren. Sie werden hier verglichen, um den zweiten Schwerpunkt der Arbeit, das zeitbasierte Auswerteverfahren, mit bestehenden Möglichkeiten in Relation zu setzen.

7.1 Auswertung eines Einzelwiderstands durch Stromspeisung und Spannungsmessung

In vielen kommerziellen Multimetern wird zur Widerstandsermittlung die Messung der Spannung über einem stromgespeisten Widerstand, Abbildung 2.8 (a), genutzt. In Datenblättern wird die kombinierte Unsicherheit dieser Messung angegeben, im Folgenden soll gezeigt werden, wie dieser Wert berechnet werden kann. Als Beispiel wird das Sourcemeter 2450 der Firma Keithley (Santa Rosa, Kalifornien, USA) betrachtet. Es kann Strom oder Spannung speisen und die jeweils andere Größe simultan messen, Tabelle 7.1.

Der funktionale Zusammenhang einer Widerstandsmessung durch Stromspeisung und Spannungsmessung ergibt sich aus dem eingestellten Strom I_{set} , dem Rauschen I_{noise} , dem Quantisierungsfehler I_Q , dem gemessenen Spannungswert U_{meas} , dem Rauschen des Spannungsmesskanals $U_{\text{noise},2450}$, dem Quantisierungsfehler U_Q und dem Widerstandsrauschen des Messwiderstands $U_{\text{noise},R}$:

$$R = \frac{U_{\text{meas}} + U_{\text{noise},R} + U_Q}{I_{\text{set}} + I_{\text{noise}} + I_Q}. \quad (7.1)$$

Tabelle 7.1.: Angaben zur Unsicherheit der Spannungs-/Stromausgabe und -messung des Sourcemeter Keithley 2450 aus dem Datenblatt. Die Angaben gelten bis zu einem Jahr nach der letzten Kalibrierung.

Bereich	Speisung			Messung	
	Auflösung	Fehlergrenze ((23 ± 5) °C) ± (% Einstellwert + konstanter Anteil)	Rauschen (RMS, < 10 Hz)	Auflösung	Fehlergrenze ((23 ± 5) °C) ± (% Messwert + konstanter Anteil)
20 mV	500 nV	0,1 % + 200 µV	1 µV	10 nV	0,1 % + 150 µV
200 mV	500 µV	0,015 % + 200 µV	1 µV	100 nV	0,012 % + 200 µV
2 V	50 µV	0,02 % + 300 µV	10 µV	1 µV	0,012 % + 300 µV
20 V	500 µV	0,015 % + 2,4 mV	100 µV	10 µV	0,015 % + 1 mV
200 V	5 mV	0,015 % + 24 mV	1 mV	100 µV	0,015 % + 10 mV
10 nA	500 fA	0,1 % + 100 pA	500 fA	10 fA	0,1 % + 50 pA
100 nA	5 pA	0,06 % + 150 pA	500 fA	100 fA	0,06 % + 100 pA
1 µA	50 pA	0,025 % + 400 pA	5 pA	1 pA	0,025 % + 300 pA
10 µA	500 pA	0,025 % + 100 nA	40 pA	10 pA	0,025 % + 700 pA
100 µA	5 nA	0,02 % + 15 nA	400 pA	100 pA	0,02 % + 6 nA
1 mA	50 nA	0,02 % + 150 nA	5 nA	1 nA	0,02 % + 60 nA
10 mA	500 nA	0,02 % + 1,5 µA	40 nA	10 nA	0,02 % + 600 nA
100 mA	5 µA	0,025 % + 15 µA	100 nA	100 nA	0,025 % + 6 µA
1 A	50 µA	0,067 % + 900 µA	3 µA	1 µA	0,03 % + 500 µA

Die pdf dieser Eingangsgrößen werden mit dem multiplikativen Fehler des eingestellten Stroms $g_{\text{err,I}}$ und seiner Nullpunktabweichung I_{Offs} sowie dem multiplikativen Fehler der Spannungsmessung $g_{\text{err,U}}$ und ihrer Nullpunktabweichung U_{Offs} ermittelt, Tabelle 7.2. Als Prüfling wird ein Messwiderstand mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 10 mA, und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$ angenommen.

Die Ergebnisse, Tabelle 7.3, zeigen eine Unsicherheit von 35,3 mΩ beziehungsweise 0,029 % bezogen auf den Gesamtwiderstand oder 14,7 % bezogen auf die absolute Widerstandsänderung. Dominante Ursachen der Messunsicherheit sind die Schwankung von U_{meas} sowie von I_{set} , also die Fehlergrenzen des Messgeräts.

7.2 Spannungsbasierte analoge Auswertung mit dem Instrumentationsverstärker INA114

Eine in der Arbeitsgruppe des Autors genutzte Auswerteschaltung für Wheatstonebrücken ist der Instrumentationsverstärker INA114 der Firma Texas Instruments (Dallas, Texas, USA). Dieser verstärkt das Differenzsignal der Wheatstonebrücke um einen wählbaren Verstärkungsfaktor g , der hier zu $g = 1000$ gewählt wird.

Als Modellgleichung wird Gleichung 4.28 genutzt. Die Daten zu den pdf der Eingangsgrößen, Tabelle 7.4, wurden dem Datenblatt entnommen.

Aus der Unsicherheitsanalyse nach Abschnitt 6.2 ergibt sich für den Arbeitspunkt einer relativen Widerstandsänderung von $r = 400 \mu\text{V/V}$ das in Tabelle 7.5 gezeigte Unsicherheitsbudget. Die Abweichung von 12,5 mV beziehungsweise 0,6 % wird allein durch die endliche Gleichtaktunterdrückung verursacht. Die Messunsicherheit beträgt 37,2 mV oder 1,85 % und wird mit 60 % Effektgröße von der Schwankung der Nullpunktspannung $U_{\text{Offset,In}}$ der ersten Verstärkerstufe sowie mit 38 % Effektgröße von der Schwankung der Verstärkung g dominiert.

Um die relativ hohe Messunsicherheit von 1,85 % zu verringern, kann eine Kompensationsmessung mit kurzgeschlossenen Eingangsklemmen vorgenommen werden. Eine Analyse mit kurzgeschlossenen Eingangsklemmen, das heißt $U_{\text{in,+}} = U_{\text{in,-}} = 0 \text{ V}$, $R_{\text{q,-}} = R_{\text{q,+}} = 0 \Omega$, ergibt eine Messunsicherheit von 29 mV. Alle Rauschquellen verursachen davon eine Messunsicherheit von 62,9 μV , der übrige Teil wird von kompensierbaren Größen verursacht. Um die Kompensationsmessung in der Modellgleichung zu berücksichtigen, werden die Standardunsicherheiten von I_{offset} und $U_{\text{Offset,In}}$ auf Null gesetzt. Die Unsicherheit der Kompensationsmessung wird berücksichtigt, indem die Standardunsicherheit von $U_{\text{Offset,Out}}$

Tabelle 7.2.: Eingangsgrößen des Modells der Widerstandsauswertung mit einem Keithley 2450 Sourceme-
ter. Die Werte wurden dem Datenblatt entnommen. Als Prüfling wird ein Messwiderstand mit
 $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 10 mA, und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$
angenommen.

Eingangs- größe	Idealer Wert	Erwartungs- wert	Verteilungs- parameter	Verteilung	Kommentar
U_{meas}	$R_0(1+r)I_{\text{set}}$ $= 1,2024 \text{ V}$	1,2024 V	$1,2024 \text{ V} \cdot 2\text{E}-4$ $+300 \mu\text{V}$	Rechteck	Spannungsmesswert
$U_{\text{noise,R}}$	0	0	4,41 nV	Normal	Widerstandsrauschen
U_Q	0	0	$0,5 \cdot 1 \mu\text{V}$	Rechteck	Quantisierungsfehler
I_{set}	10 mA	10 mA	$10 \text{ mA} \cdot 2\text{E}-4 + 1,5 \mu\text{A}$	Rechteck	Eingestellter Strom
I_{noise}	0	0	40 nA	Normal	Stromrauschen
I_Q	0	0	$0,5 \cdot 500 \text{ nA}$	Rechteck	Quantisierungsfehler

Tabelle 7.3.: Ergebnis der Unsicherheitsanalyse der Widerstandsauswertung mit einem Keithley 2450. Der Erwartungswert der Ausgangsgröße ist $120,24 \Omega$ (eine Abweichung von 0Ω) bei einer Messunsicherheit von $35,3 \text{ m}\Omega$ oder $0,029 \%$ bezogen auf den Gesamtwiderstand oder $14,7 \%$ bezogen auf die absolute Widerstandsänderung $\Delta R = 240 \text{ m}\Omega$. Als Prüfling wird ein Messwiderstand mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 10 mA , und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$ angenommen. Die Eingangsgrößen sind sortiert nach Effektgröße auf die Messunsicherheit. Kennzahlen zur Auswirkung auf die Abweichung wurden weggelassen, da keine Abweichung entsteht.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Standardunsicherheit	Effektgröße auf kombinierte Unsicherheit
U_{meas}	1,202 V	1,202 V	256,5E-6	0,5257
I_{set}	0,01 A	0,01 A	2,021E-6	0,4717
I_Q	0	0	4E-8	0,000 184 8
I_{noise}	0	0	4E-8	0,000 147 3
U_Q	0	0	2,887E-7	6,658E-7
$U_{\text{noise,R}}$	0	0	4,415E-9	1,558E-10

auf das Rauschen von $62,9 \mu\text{V}$ reduziert wird. Damit wird implizit angenommen, dass sich alle übrigen Größen während der Anwendung der Korrektur konstant verhalten.

Bei der Kompensationsmessung mit kurzgeschlossenen Eingangsklemmen wird U_{CM} nicht berücksichtigt. Da die Schwankung von U_{CM} jedoch klein ist, kann eine zusätzliche Korrektur bestimmt werden. Der Erwartungswert der Korrektur beträgt $12,5 \text{ mV}$, die Standardunsicherheit bestimmt sich aus der geometrischen Addition der Standardunsicherheit von U_{CM} (362 pV) sowie des Rauschens ($62,9 \mu\text{V}$). In diesem Beispiel dominiert das Rauschen die Unsicherheit der Korrektur.

Das modifizierte Unsicherheitsbudget unter Beachtung der beiden beschriebenen Korrekturen, Tabelle 7.6, zeigt erwartungsgemäß keine Abweichung von Null und eine Messunsicherheit von 23 mV oder $1,17 \%$ (gegenüber $1,85 \%$ vorher). Die Messunsicherheit wird nun vom Verstärkungsfehler dominiert, der bei der Kompensationsmessung mit kurzgeschlossenen Eingängen prinzipbedingt nicht erfasst werden kann. Könnte auch dieser ideal kompensiert werden, verbliebe die Linearitätsabweichung als über das Rauschen dominierender Term. Werden Verstärkungsfehler und Linearitätsabweichung ebenfalls kompensiert, beträgt der maximal erzielbare SNR mit diesem Instrumentationsverstärker und einer 120Ω Messbrücke mit $r = 400 \mu\text{V/V}$ bei 25°C etwa 30 000.

7.3 Spannungsbasierte digitale Auswertung mit dem integrierten Baustein ADS1220

Neben Instrumentationsverstärkern und ADC sind auch integrierte Bausteine verfügbar, die beides enthalten. Als Beispiel wird der ADS1220 der Firma Texas Instruments untersucht. Er verfügt über einen programmierbaren Instrumentationsverstärker bis Verstärkungsfaktor 128 sowie einen 24 bit ADC.

Als Modellgleichung wird Gleichung 4.28 für den Instrumentationsverstärker sowie Gleichung 4.30 für den ADC verwendet. Erstere wird als Eingangsspannung in letztere eingesetzt. Damit steht ein Modell der Messkette zur Verfügung, das die Ausgangsgröße in LSB berechnet. Es ist ohne Weiteres möglich, das Unsicherheitsbudget in dieser Einheit aufzustellen. Intuitiver für den Sensorentwickler ist die Rückrechnung in mV/V . Daher wird der funktionale Zusammenhang durch eine Rekonstruktionsfunktion

Tabelle 7.4.: Parameter der Modellgleichung des Instrumentationsverstärkers INA114. In Vorberechnungen verwendete Eingangsgrößen sind eingerückt dargestellt. Die Werte wurden dem Datenblatt für die Chipversion INA114AP bei 25 °C Umgebungstemperatur und ± 15 V Versorgungsspannung entnommen. Verwendet wurde jeweils die schlechtest mögliche Angabe (Minimum oder Maximum). Als externe Beschaltung wurde eine Vollbrücke mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 5 V und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 400 \mu\text{V}/\text{V}$ angenommen.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
g	1000	1000	2 %	Rechteck	Verstärkung
$U_{\text{in},+}$	$\frac{U_0}{2} + \frac{r}{2}$	$\frac{U_0}{2} + \frac{r}{2}$	0	n.a.	Spannung am positiven Eingang
$U_{\text{in},-}$	$\frac{U_0}{2} - \frac{r}{2}$	$\frac{U_0}{2} - \frac{r}{2}$	0	n.a.	Spannung am negativen Eingang
$R_{q,+}$	R_0	R_0	$0.01R_0$	Rechteck	Ausgangsimpedanz der Signalquelle von $U_{\text{in},+}$
$R_{q,-}$	R_0	R_0	$0.01R_0$	Rechteck	Ausgangsimpedanz der Signalquelle von $U_{\text{in},-}$
I_{bias}	0	0	5 nA	Rechteck	Biasstrom
I_{offset}	0	0	5 nA	Rechteck	Offsetstrom
$U_{\text{Offset,In}}$	0	0	50 μV	Rechteck	Nullpunktspannung der ersten Verstärkerstufe
$U_{\text{Offset,Out}}$	0	0	100 $\mu\text{V}/g$	Rechteck	Nullpunktspannung der zweiten Verstärkerstufe
U_{LinDev}	0	0	0,02 % $\cdot 30 \text{ V}/g$	Rechteck	Linearitätsabweichung bei ± 15 V Versorgungsspannung
CMRR	∞	$10^{106/20}$	10	Rechteck	Gleichtaktunterdrückung aus dB-Wert
U_{CM}	0	12,5 μV	363 pV	Rechteck	aus Vorberechnung $\frac{U_{\text{in},+} + U_{\text{in},-}}{2\text{CMRR}}$
$U_{Q+, \text{noise}}$	0	0	44,4 nV	Standard	aus Vorberechnung $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})}$
$U_{Q-, \text{noise}}$	0	0	44,4 nV	Standard	aus Vorberechnung $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})}$
$U_{\text{amp,in,noise}}$	0	0	0	0	in $U_{\text{amp,out,noise}}$ enthalten
$U_{\text{amp,out,noise}}$	0	0	349 nV	Standard	aus Vorberechnung $U_{\text{WN}} \sqrt{(f_U \lg(f_{\text{max}}/f_{\text{min}}) + (f_{\text{max}} - f_{\text{min}}))}$
$I_{\text{amp,noise}}$	0	0	6,61 pA	Standard	aus Vorberechnung $I_{\text{WN}} \sqrt{(f_I \lg(f_{\text{max}}/f_{\text{min}}) + (f_{\text{max}} - f_{\text{min}}))}$
I_{WN}	0	0	0,2 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$	Rechteck	Weisses Stromrauschen
f_I	0	10 Hz	0	n.a.	Knickfrequenz des Stromrauschens
U_{WN}	0	0	11 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	Rechteck	Weisses Spannungsrauschen
f_I	0	1,3 Hz	0	n.a.	Knickfrequenz des Spannungsrauschens
f_{max}	10 kHz	10 kHz	0	n.a.	Bandbreite
f_{min}	0,1 Hz	0,1 Hz	0	n.a.	untere Grenzfrequenz aus Integrationszeit für ein Sample

Tabelle 7.5.: Ergebnis der Unsicherheitsanalyse des einzelnen Instrumentationsverstärkers INA114. Der Erwartungswert der Ausgangsgröße ist 2,0125 V (eine Abweichung von 12,5 mV) bei einer Messunsicherheit von 37,2 mV oder 1,85 %. Als externe Beschaltung wurde eine ideale Vollbrücke mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 5 V und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 400 \mu\text{V/V}$ angenommen. Die Eingangsgrößen sind sortiert nach Effektgröße auf die Abweichung und anschließend nach Effektgröße auf die kombinierte Messunsicherheit.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Standardunsicherheit	Effektgröße auf kombinierte Unsicherheit	Beitrag zur Abweichung	Effektgröße auf Abweichung
U_{CM}	0	1,253E-5	3,626E-10	9,488E-11	0,012 53	1
$U_{\text{Offset,In}}$	0	0	2,887E-5	0,6015	0	0
g	1000	1000	11,55	0,3898	0	0
U_{LinDev}	0	0	3,464E-6	0,008 661	0	0
I_{offset}	0	0	2,887E-9	8,661E-5	0	0
$U_{\text{Q+,noise}}$	0	0	4,446E-8	1,427E-6	0	0
$U_{\text{Q-,noise}}$	0	0	4,444E-8	1,425E-6	0	0
$I_{\text{amp,noise}}$	0	0	6,609E-12	1,816E-9	0	0
$U_{\text{amp,out,noise}}$	0	0	3,499E-7	8,837E-11	0	0
$U_{\text{Offset,Out}}$	0	0	5,774E-8	2,406E-12	0	0
$U_{\text{in,+}}$	2,501	2,501	0	0	0	0
$U_{\text{in,-}}$	2,499	2,499	0	0	0	0
$R_{\text{q,-}}$	120	120	0,6928	0	0	0
$R_{\text{q,+}}$	120	120	0,6928	0	0	0
I_{bias}	0	0	2,887E-9	0	0	0

Tabelle 7.6.: Ergebnis der Unsicherheitsanalyse des Instrumentationsverstärkers INA114 nach Anwendung einer rechnerischen Korrektur $U_{\text{CM,Corr}}$ sowie einer Kompensationsmessung mit kurzgeschlossenen Eingängen. Der Erwartungswert der Ausgangsgröße ist 2 V bei einer Messunsicherheit von 23 mV oder 1,17 %. Als externe Beschaltung wurde eine ideale Vollbrücke mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 5 V und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 400 \mu\text{V/V}$ angenommen. Die Eingangsgrößen sind sortiert nach Effektgröße auf die Abweichung und anschließend nach Effektgröße auf die kombinierte Messunsicherheit.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Standardunsicherheit	Effektgröße auf kombinierte Unsicherheit	Beitrag zur Abweichung	Effektgröße auf Abweichung
U_{CM}	0	1,253E-5	3,626E-10	2,381E-10	0,012 53	422,1
$U_{\text{CM,Corr}}$	0	0,0125	2,9E-5	1,523E-6	-0,0125	-421,1
g	1000	1000	11,55	0,9783	0	0
U_{LinDev}	0	0	3,464E-6	0,021 74	0	0
I_{offset}	0	0	2,887E-9	8,661E-5	0	0
$U_{\text{Q+,noise}}$	0	0	4,446E-8	3,58E-6	0	0
$U_{\text{Q-,noise}}$	0	0	4,444E-8	3,58E-6	0	0
$U_{\text{Offset,Out}}$	0	0	1,674E-5	5,078E-7	0	0
$I_{\text{amp,noise}}$	0	0	6,609E-12	4,558E-9	0	0
$U_{\text{amp,out,noise}}$	0	0	3,499E-7	2,218E-10	0	0

ergänzt, die – ausgehend von den idealen Zusammenhängen – die Rückrechnung vom Ausgang des ADC zum Ausgang der Wheatstonebrücke vornimmt. Aus Gleichung 4.29 und $U_{\text{ADC},\text{in},\text{ideal}} = g r U_{\text{ex}}$ folgt

$$r_{\text{Recon}} = \frac{X_{\text{ADC}}}{(2^{N_{\text{Recon}}} - 1) g_{\text{Recon}} U_{\text{Recon,Ex}}} U_{\text{Recon,ref}} \quad (7.2)$$

Die pdf der Eingangsgrößen wurde aus den Datenblattangaben ermittelt, Tabelle 7.7. Im Datenblatt sind nicht alle Angaben getrennt nach Instrumentationsverstärker und ADC aufgeführt. Dies betrifft Rauschen, Nullpunktabweichung und Linearitätsabweichung. Die gegebenen Daten wurden jeweils an der Stelle berücksichtigt, an der sie die größte Unsicherheit verursachen.

Das Ergebnis der Unsicherheitsanalyse, Tabelle 7.8, zeigt eine Abweichung von 0,45 % bei einer Messunsicherheit von 0,27 %. Die Ursache der Abweichung ist vor allem die endliche Gleichtaktunterdrückung mit einer Effektgröße von ca. 98 %. Die Messunsicherheit wird von der Nullpunktabweichung dominiert (Effektgröße 95 %) gefolgt von Verstärkungsfehler und Referenzspannung.

Geht man wie in Abschnitt 7.2 vor, kompensiert U_{CM} und führt eine Kompensationsmessung mit kurzgeschlossenen Eingängen durch, verringert sich die Abweichung auf Null und die Messunsicherheit auf 0,06 %. Die Auflösungsgrenze liegt bei einer Messunsicherheit von 0,0014 % bzw. 27 nV/V. Dies entspricht einem SNR von ca. 74 000. Die Auflösungsgrenze wird mit einer Effektgröße von über 99 % vom Eigenrauschen des ADS1220 bestimmt.

Vergleicht man diesen Wert mit dem Wert 30 000 für den in Abschnitt 7.2 vorgestellten INA114, muss man berücksichtigen, dass für den ADS1220 eine externe Filterung auf eine Bandbreite von 10 Hz angenommen wurde, während der INA114 mit einer ungefilterten Bandbreite von 1 kHz berechnet wurde. Wird der ADS1220 mit einer Abtastrate von 2000 Sa/s betrieben und die Bandbreite ebenfalls auf 1 kHz gefiltert, ergibt sich eine Auflösungsgrenze von 0,012 % bzw. 249 nV/V entsprechend einem SNR von ca. 8000.

7.4 Zeitbasierte digitale Auswertung mit dem integrierten Baustein PS09

Die zeitbasierte Auswertung wird von Patenten der Firma acam (2015 aufgekauft von ams, Premstaetten, Österreich) geschützt [100, 110, 111]. Daher sind integrierte Bausteine auf Basis dieser Auswertung auch nur von dieser Firma verfügbar. Für die vorliegende Arbeit wird der Baustein PS09 untersucht. Er verfügt über einen Komparator, einen TDC mit 28 bit Auflösung sowie integrierte Analogschalter zum Ausführen der Entladevorgänge.

Als Modellgleichung wird Gleichung 4.53 für die Umformerschaltung Zeit zu Spannung sowie Gleichung 4.55 für den TDC verwendet. Erstere wird als Eingangsspannung in letztere eingesetzt. Zusätzlich wird $R_1 = R_0(1 + r)$ sowie $R_2 = R_0(1 - r)$ gesetzt. Damit steht ein Modell der Messkette zur Verfügung, das die Ausgangsgröße in LSB berechnet. Wie in Abschnitt 7.3 wird der funktionale Zusammenhang durch eine Rekonstruktionsfunktion ergänzt, die – ausgehend von den idealen Zusammenhängen – die Rückrechnung vom Ausgang des ADC zum Ausgang der Wheatstonebrücke vornimmt. Aus Gleichung 4.54 folgt

$$r_{\text{Recon}} = X_{\text{TDC}} t_{\text{TDC,LSB,recon}} \quad (7.3)$$

Die zur Modellierung benötigten Werte der Eingangsgrößen, Tabelle 7.9, können nur zum Teil dem Datenblatt entnommen werden. In der vom Autor betreuten Masterarbeit von WAGNER [105] wurden daher verschiedene Messungen zur Ermittlung der Werte durchgeführt. Weitere Größen können aus Erfahrungswerten bestimmt werden. Die gezeigte Analyse stellt daher nur eine mögliche Implementierung dar und sollte mit Vorsicht verwendet werden.

Tabelle 7.7.: Eingangsgrößen der Modellgleichung des integrierten Schaltkreises ADS1220. In Vorberechnungen verwendete Eingangsgrößen sind eingerückt dargestellt. Die Werte wurden dem Datenblatt (Revision August 2016) für 25 °C Umgebungstemperatur und 3,3 V Versorgungsspannung entnommen. Verwendet wurde jeweils die schlechtest mögliche Angabe (Minimum oder Maximum). Als externe Beschaltung wurde eine Vollbrücke mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 3,3 V und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$ angenommen. Da im Datenblatt nur stellenweise zwischen Vorverstärker und ADC unterschieden wird, sind alle Nullpunktabweichungen in $U_{\text{Offset,In}}$ enthalten, alle Rauschgrößen in $U_{\text{ADC,noise}}$ und alle Linearitätsabweichungen in $X_{\text{ADC,INL}}$. Alle nicht aufgeführten Größen sind Null.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
g	128	128	0	n.a.	Verstärkung, Verstärkungsfehler in g_{ADC} enthalten
$U_{\text{in,+}}$	$\frac{U_0}{2} + \frac{r}{2}$	$\frac{U_0}{2} + \frac{r}{2}$	0	n.a.	Spannung am positiven Eingang
$U_{\text{in,-}}$	$\frac{U_0}{2} - \frac{r}{2}$	$\frac{U_0}{2} - \frac{r}{2}$	0	n.a.	Spannung am negativen Eingang
$R_{\text{q,+}}$	R_0	R_0	$0.01R_0$	Rechteck	Ausgangsimpedanz der Signalquelle von $U_{\text{in,+}}$
$R_{\text{q,-}}$	R_0	R_0	$0.01R_0$	Rechteck	Ausgangsimpedanz der Signalquelle von $U_{\text{in,-}}$
I_{bias}	0	0	2 nA	Rechteck	Biasstrom
I_{offset}	0	0	2 nA	Rechteck	Offsetstrom
$U_{\text{Offset,In}}$	0	0	30 μV	Rechteck	Nullpunktspannung der ersten Verstärkerstufe
CMRR	∞	$10^{95/20}$	10	Rechteck	Gleichtaktunterdrückung aus dB-Wert
U_{CM}	0	19,5 μV	24 pV	Rechteck	aus Vorberechnung $\frac{U_{\text{in,+}} + U_{\text{in,-}}}{2\text{CMRR}}$
$U_{\text{Q+,noise}}$	0	0	4,43 nV	Standard	aus Vorberechnung $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})}$
$U_{\text{Q-,noise}}$	0	0	4,42 nV	Standard	aus Vorberechnung $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 (f_{\text{max}} - f_{\text{min}})}$
$U_{\text{amp,in,noise}}$	0	0	90 nV	Standard	Rauschen des gesamten IC
f_{max}	10 Hz	10 Hz	0	n.a.	Bandbreite
f_{min}	0,1 Hz	0,1 Hz	0	n.a.	untere Grenzfrequenz aus Integrationszeit für ein Sample
g_{ADC}	1	1	0,1 %	Rechteck	Verstärkungsfehler des ADC
N_{ADC}	23	23	0	n.a.	Bitzahl des ADC, 24-1 wegen bipolarem Eingangsbereich
$U_{\text{ADC,ref}}$	2,048 V	2,0478 V	0,5 mV	Standard	Interne Referenzspannung, Verteilung aus Fig. 11 des Datenblatts
$X_{\text{ADC,INL}}$	0	0	$15 \mu\text{V} \cdot (2^{23} - 1)$	Rechteck	Linearitätsfehler des gesamten IC, angegeben als 15 ppm FSR
$X_{\text{ADC,Q}}$	0	0	0,5 LSB	Rechteck	Quantisierungsfehler
N_{Recon}	23	23	0	n.a.	Bitzahl der Rekonstruktionsfunktion
g_{Recon}	128	128	0	n.a.	Verstärkung der Rekonstruktionsfunktion
$U_{\text{Recon,ref}}$	2,048 V	2,048 V	0	n.a.	Referenzspannung der Rekonstruktionsfunktion
$U_{\text{Recon,Ex}}$	3,3 V	3,3 V	0	n.a.	Speisespannung der Rekonstruktionsfunktion

Tabelle 7.8.: Ergebnis der Unsicherheitsanalyse des integrierten Bausteins ADS1220. Der Erwartungswert der Ausgangsgröße ist 2,0091 mV/V bei einer Messunsicherheit von 5,4 μ V/V oder 0,27 %. Als externe Beschaltung wurde eine ideale Vollbrücke mit $R_0 = 120 \Omega$, gespeist mit 3,3 V und einer relativen Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$ angenommen. Die Eingangsgrößen sind sortiert nach Effektgröße auf die kombinierte Messunsicherheit. Aufgeführt sind nur Eingangsgrößen, die einen Einfluss auf Messunsicherheit oder Abweichung haben.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungs- wert	Standard- unsicherheit	Effektgröße auf kombinierte Unsicherheit	Beitrag zur Abweichung	Effektgröße auf Abweichung
$U_{\text{Offset,In}}$	0	0	1,732E-5	0,9454	0	0
g_{ADC}	1	1	0,0005774	0,04617	0	0
$U_{\text{ADC,ref}}$	2,048	2,0478	0,0005	0,008257	1,953E-7	0,02149
I_{offset}	0	0	1,155E-9	6,051E-5	0	0
$X_{\text{ADC,INL}}$	0	0	72,65	6,05E-5	0	0
$U_{\text{amp,in,noise}}$	0	0	9E-8	2,553E-5	0	0
$U_{Q+,noise}$	0	0	4,427E-9	6,177E-8	0	0
$U_{Q-,noise}$	0	0	4,418E-9	6,152E-8	0	0
U_{CM}	0	2,934E-5	3,012E-9	2,86E-8	8,891E-6	0,9784
$X_{\text{ADC,Q}}$	0	0	0,2887	9,552E-10	0	0

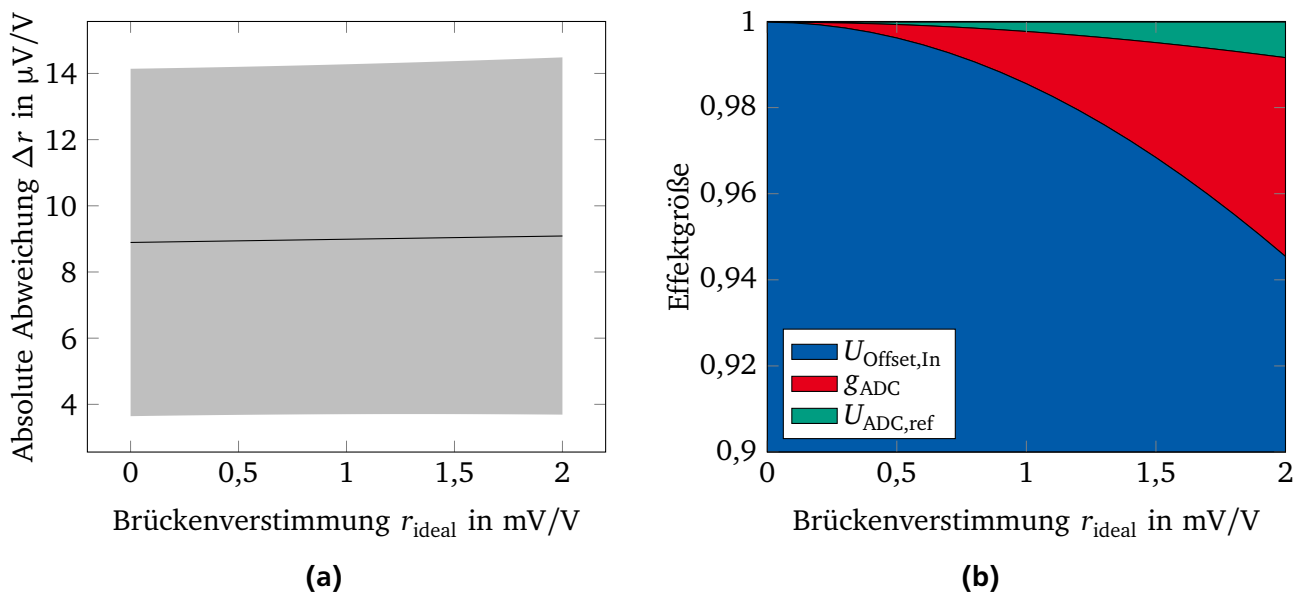


Abb. 7.1.: Messunsicherheit und Abweichung des ADS1220 über Brückenverstimmung (a) sowie Ursachen der Messunsicherheit (b). In (a) ist die erwartete Abweichung sowie der Bereich \pm Messunsicherheit (grau) dargestellt. In (b) sind die Effektgrößen der wichtigsten drei Eingangsgrößen mit Auswirkung auf die Messunsicherheit dargestellt. Der Plot zeigt vergrößert den Bereich zwischen 90 % und 100 % Effektgröße, um zu verdeutlichen wie der Einfluss der multiplikativen Größen g_{ADC} und $U_{\text{ADC,ref}}$ mit steigendem Messignal zunimmt. Umgekehrt nimmt der Effekt des additiven $U_{\text{Offset,In}}$ ab.

Die Ergebnisse, Tabelle 7.10 und Abbildung 7.2, zeigen, dass Größen der Umformerschaltung den wesentlichen Beitrag zur Unsicherheit einbringen. Dies sind der Einschaltwiderstand der Schalter R_{on} , der Leitungswiderstand zwischen dem Komparator und dem Messwiderstand R_L , die Bauteiltoleranz der Kapazität C sowie die Verzögerungszeit des Komparators t_{delay} . Sie verursachen nicht nur eine Messunsicherheit, sondern auch eine Abweichung, da ihr Erwartungswert nicht dem Idealwert entspricht. R_{on} und R_L liegen in Reihe mit dem jeweils gemessenen Messwiderstand. Ihr Einfluss wird also geringer, je höher R_0 des Messwiderstands ist. t_{delay} verursacht dagegen einen Fehler, dessen Effektgröße von der Messzeit abhängt. Diese wird durch die Wahl von C , U_0 und U_{th} bestimmt und ist nach oben begrenzt durch die maximale Zeitdauer, die vom TDC gemessen werden kann. Je länger die Messzeit gewählt wird, desto weniger Einfluss hat ein (konstantes) t_{delay} auf die Abweichung.

Die Abweichung kann durch die in Abschnitt 5.2.2 vorgestellten Methoden durch Zusatzmessungen korrigiert werden. Bei Anwendung der Kompensation für R_{on} wird auch R_L erfasst. Nimmt man daher an, dass Kompensationsmessungen durchgeführt wurden und R_{on} , R_L und t_{delay} ideal kompensiert wurden, reduziert sich die Abweichung auf $2,1 \mu\text{V/V}$, verursacht von R_{ESR} . Die Messunsicherheit reduziert sich auf $0,62 \text{ mV/V}$, verursacht durch R_{ESR} (Effektgröße ca. 95 %). Die Auflösungsgrenze liegt mit den angenommenen Eingangsgrößen bei 840 nV/V oder $0,0042 \%$ bezogen auf 2 mV/V . Dies entspricht einem SNR von 2380.

7.5 Labormessgeräte zur Brückenauswertung

Im Folgenden werden kommerzielle Labormessgeräte analysiert. Diese werden vom Hersteller so justiert, dass sie keine oder nur eine sehr geringe Abweichung aufweisen. Diese Abweichung wird dann in Form von Fehlergrenzen angegeben. In einer Unsicherheitsanalyse werden diese – aufgrund der unbekannten tatsächlichen Abweichung – als Schwankungen behandelt. Bei den folgenden Analysen wird daher auf die Angabe von Abweichungen verzichtet und nur die Messunsicherheit analysiert.

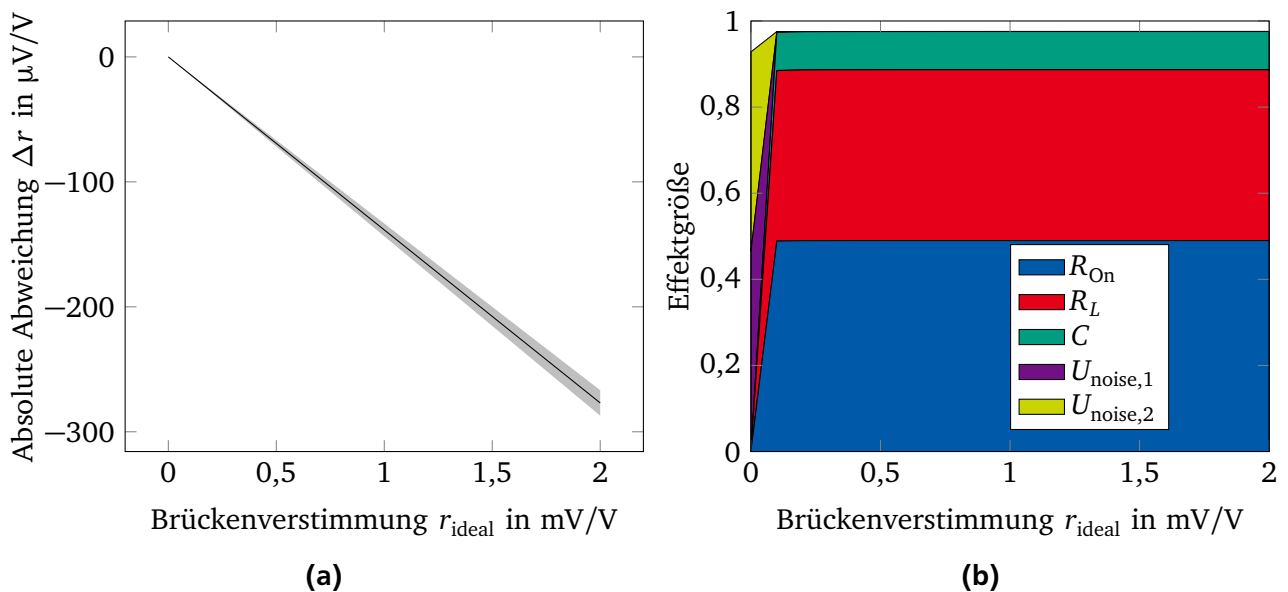


Abb. 7.2.: Abweichung und Messunsicherheit des PS09 über Brückenverstimmung (a) sowie Ursachen der Messunsicherheit (b). In (a) ist die erwartete Abweichung sowie der Bereich \pm Messunsicherheit (grau) dargestellt. In (b) sind die Effektgrößen der wichtigsten Eingangsgrößen mit Auswirkung auf die Messunsicherheit dargestellt.

Tabelle 7.9.: Eingangsgrößen der Modellgleichung des integrierten Schaltkreises PS09. In Vorberechnungen verwendete Eingangsgrößen sind eingerückt dargestellt. Zur Herkunft der Werte siehe jeweils die Kommentare und auch [105, 112]. Als externe Beschaltung wird eine Vollbrücke mit $R_0 = 120 \Omega$ mit einer relativen Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$ angenommen.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
R_0	120Ω	120Ω	0	n.a.	
r	2 mV/V	2 mV/V	0	n.a.	
R_{on}	0	10Ω	1Ω	Rechteck	Einschaltwiderstand der Analogschalter. Typische Werte für in CMOS-Technologie laut [100].
C	$1 \mu\text{F}$	$1 \mu\text{F}$	0	Rechteck	Kapazität des Kondensators. Fehlerfrei angenommen da sich langsame Änderungen aus der Messgleichung herauskürzen und schnelle Änderungen bei Wahl eine Klasse 1 Keramikkondensators physikalisch nicht begründbar sind.
R_{ESR}	0	$100 \text{ m}\Omega$	$50 \text{ m}\Omega$	Rechteck	Äquivalenter Serienwiderstand des Kondensators. Typische Werte für Klasse 1 Keramikkondensatoren
R_L	0	1Ω	$0,9 \Omega$	Rechteck	Kabelwiderstand. Typische Werte für dünne ($100 \mu\text{m}$ Durchmesser) Laborkabel von ca. 1 m Länge inklusive Übergangswiderständen an Steckverbindern.
U_0	$3,3 \text{ V}$	$3,3 \text{ V}$	0	n.a.	Versorgungsspannung, rauschfrei angenommen.
$U_{\text{noise},1}$	0	0	$0,4 \text{ nV}$	n.a.	aus Vorberechnung $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 (1+r)(f_{\text{max}} - f_{\text{min}})}$ mit den Annahmen $f_{\text{min}} = 0$ und $f_{\text{max}} = 10 \text{ kHz}$.
$U_{\text{noise},2}$	0	0	$0,4 \text{ nV}$	n.a.	aus Vorberechnung $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 (1-r)(f_{\text{max}} - f_{\text{min}})}$ mit den Annahmen $f_{\text{min}} = 0$ und $f_{\text{max}} = 10 \text{ kHz}$.
U_{th}	$1,5 \text{ V}$	$1,5 \text{ V}$	0	n.a.	Schwellspannung des Komparators, rauschfrei angenommen.
t_{delay}	0	$6,71 \mu\text{s}$	$87,5 \text{ ns}$	Normal	Verzögerungszeit des Komparators. Messung in [105, S. 76f].
I_{bias}	0	0	$1,5 \mu\text{A}$	Rechteck	Biasstrom des Komparators. PSpice Simulation [105, S. 73f].
$t_{\text{TDC,LSB}}$	15 ps	15 ps	0	n.a.	Auflösung des TDC
g_{TDC}	1	1	0	n.a.	Verstärkungsfaktor des TDC
$X_{\text{TDC,Q}}$	0	0	$0,5 \text{ LSB}$	Rechteck	Quantisierungsfehler
$X_{\text{TDC,INL}}$	0	0	$0,01 \mu\text{V/V}/t_{\text{TDC,LSB}}$	Rechteck	Linearitätsabweichung des gesamten Bausteins
$X_{\text{TDC,noise}}$	0	0	$2^{(24-15,7)}$	Standard	Rauschen des TDC sowie des Komparators, berechnet aus der Datenblattangabe der effektiven Bits bei 20 Sa/s Abtastrate
$X_{\text{TDC,offset}}$	0	0	0	n.a.	Nullpunktabweichung des TDC. Keine Angaben und messtechnisch nicht von sonstigen Abweichungen zu unterscheiden, daher Null
$t_{\text{TDC,LSB,recon}}$	15 ps	15 ps	0	n.a.	

Tabelle 7.10.: Ergebnis der Unsicherheitsanalyse des integrierten Bausteins PS09. Der ideale Messwert ist eine relative Widerstandsänderung von $r = 2 \text{ mV/V}$. Der Erwartungswert der Ausgangsgröße ist $1,72 \text{ mV/V}$, die Abweichung beträgt damit 28 mV/V oder 14% bei einer Messunsicherheit von $9,7 \mu\text{V/V}$ oder $0,56 \%$. Als externe Beschaltung wurde eine ideale Halbbrücke nach Abbildung 4.9 mit $R_0 = 120 \Omega$ angenommen. $U_0 = 3,3 \text{ V}$, $U_{\text{th}} = 1,5 \text{ V}$. Die Eingangsgrößen sind sortiert nach Effektgröße auf die kombinierte Messunsicherheit. Aufgeführt sind nur Eingangsgrößen, die einen Einfluss auf Messunsicherheit oder Abweichung haben.

Eingangsgröße	Idealer Wert	Erwartungswert	Standardunsicherheit	Effektgröße auf kombinierte Unsicherheit	Beitrag zur Abweichung	Effektgröße auf Abweichung
R_{on}	0	10	0,5774	0,5402	$-0,0001667$	0,5992
R_L	0	1	0,5196	0,4375	$-1,667\text{E}-5$	0,05992
t_{delay}	0	$6,71\text{E}-6$	$8,75\text{E}-8$	0,01996	$-0,0001418$	0,51
R_{ESR}	0	0,1	0,02887	0,002165	$2,114\text{E}-6$	$-0,0076$
I_{bias}	0	0	$8,66\text{E}-7$	$9,687\text{E}-5$	0	0
$U_{\text{noise},1}$	0	0	$1,407\text{E}-7$	$3,32\text{E}-5$	0	0
$U_{\text{noise},2}$	0	0	$1,404\text{E}-7$	$3,305\text{E}-5$	0	0
$X_{\text{TDC,INL}}$	0	0	384,9	$3,54\text{E}-7$	0	0
$X_{\text{TDC,noise}}$	0	0	182	$7,911\text{E}-8$	0	0
$X_{\text{TDC,Q}}$	0	0	0,2887	$1,991\text{E}-13$	0	0

Eine weitere Besonderheit ist zu beachten, da für einige der Labormessgeräte die Datenblattangaben in Volt/Volt gegeben werden. Dies wirft die Frage auf, wie das Ausgangsrauschen des Sensors von Volt in Volt/Volt umzurechnen ist. In Volt kann eine pdf des Rauschens berechnet werden und ist dem Brückenausgangssignal überlagert. Thermisches Rauschen ist allerdings nicht abhängig von der Speisespannung, weswegen eine Normierung auf die Speisespannung in V/V physikalisch unsinnig ist. Man kann allerdings argumentieren, dass das Rauschen bei Normierung auf 1 V den gleichen Wert ergibt wie bei einer beliebigen anderen Speisespannung, und daher für Rechenzwecke die Einheit auf V/V ändern. Eine tatsächliche Multiplikation oder Division mit der Speisespannung ergibt jedoch physikalisch falsche Zahlen.

7.5.1 Keithley 2182A und 2450

Das Nanovoltmeter 2182A der Firma Keithley (Santa Rosa, Kalifornien, USA) ist ein zweikanaliges Spannungsmessgerät, das eine Verhältnisbildung bei simultaner Messung beider Kanäle U_1 und U_2 vornehmen kann. Damit können Speisespannung und Ausgangsspannung einer Messbrücke gemessen werden. Zur Bereitstellung einer rauscharmen Speisespannung wird ein Sourcemeter 2450 derselben Firma angenommen. Das Datenblatt des 2182A spezifiziert die Unsicherheit einer Spannungsmessung in verschiedenen Zeitabständen seit der letzten Kalibrierung, Tabelle 7.11. Hier wird als Worst-Case-Abschätzung die schlechteste Angabe „2 Jahre seit letzter Kalibrierung“ verwendet. Die Unsicherheit eines Kanals ergibt sich demnach aus einem multiplikativen Anteil des Messwerts sowie einem konstanten Anteil, abhängig vom Messbereich, sowie dem Rauschen. Bezüglich der Spannungsquelle ist nur das Rauschen der Quelle $U_{\text{ex,noise}}$ relevant. Eine eventuelle (kleine) Abweichung wirkt sich aufgrund der Verhältnismessung nicht auf das Ergebnis aus. Zusätzlich wird das Widerstandsrauschen des Sensors bei der Ausgangsspannung der Wheatstonebrücke berücksichtigt. Daraus ergibt sich folgender funktionaler Zusammenhang

$$r_{\text{out}} = \frac{U_1 + U_{1,\text{noise}} + U_{R,\text{noise}}}{U_2 + U_{2,\text{noise}} + U_{\text{ex,noise}}}. \quad (7.4)$$

Angenommen wird, dass die Messbrücke mit 10 V vom 2450 gespeist wird, diese auf Kanal 2 des 2182A gemessen werden und der Ausgang der Wheatstonebrücke auf Kanal 1 gemessen wird. Kanal 1 befindet sich daher im 10 mV-Messbereich, Tabelle 7.12.

Die Ergebnisse in Abbildung 7.3 zeigen eine linear ansteigende Messunsicherheit von 2,4 nV/V bei $r = 0$ bis 85 nV/V bei $r = 2$ mV/V. Ursachen der Messunsicherheit sind vor allem die Schwankung von Kanal 1 (ca. 70 % Effektgröße), die Schwankung von Kanal 2 (ca. 22 % Effektgröße) sowie das Rauschen der Spannungsquelle (ca. 5 % Effektgröße). Der SNR beträgt bei 2 mV/V 25 000.

7.5.2 National Instruments PXIe-4330

Der Brückenverstärker PXIe-4330 der Firma National Instruments (Austin, Texas, USA) ist ein Gleichspannungsverstärker für Messbrücken. Er verfügt über eine einstellbare Speisespannung bis 10 V und einen 24 bit ADC. Für 120 Ω Vollbrücken ist die maximale Speisespannung auf 3,3 V begrenzt. Bezüglich der Bandbreite des Widerstandsrauschens weist der 4330 aufgrund seiner hohen möglichen Abtastrate bis zu 25,6 kSa/s eine hohe Eingangsbandbreite auf. Eine Reduzierung der Bandbreite bei niedrigeren gewünschten Abtastraten f_s wird durch eine digitale Filterung erzielt. Die effektive Bandbreite beträgt $B = 0.4f_s$. Zur Vergleichbarkeit mit den weiteren hier betrachteten Beispielen wird eine Filterung auf $B = 10$ Hz angenommen, das bedeutet $f_s = 25$ Sa/s. In diesem Fall wird ein Filter mit einer Länge von 17 Samples eingesetzt. Das im Datenblatt angegebene eingangsseitige Rauschen reduziert sich daher um $1/\sqrt{17}$.

Der funktionale Zusammenhang der gemessenen Brückenverstimmung r_{meas} ergibt sich aus der Brückenverstimmung r_{In} und den Datenblattangaben zu relativem Messfehler des Messwerts g_{err} , Offsetfehler r_{Offs} sowie dem Eigenrauschen des Messgeräts $r_{\text{Noise},4330}$. Zusätzlich wird das Widerstandsrauschen r_{noise} der Messbrücke berücksichtigt.

$$r_{\text{meas}} = r_{\text{set}}(1 + g_{\text{err}}) + r_{\text{Offs}} + r_{\text{Noise},4330} + r_{\text{noise}}. \quad (7.5)$$

Die Eigenschaften dieser Eingangsgrößen sind in Tabelle 7.13 angegeben. Mit diesen Werten ist die Schwankung von r_{Offs} die dominante Quelle der Messunsicherheit (Effektgröße > 99 %). Daher wird zu Beginn der Messung der Offset durch den Brückenverstärker selbst intern gemessen. In diesem Fall muss die Modellgleichung um den Korrekturterm $r_{\text{Offs},\text{Corr}}$ erweitert werden:

$$r_{\text{meas}} = r_{\text{set}}(1 + g_{\text{err}}) + r_{\text{Offs}} + r_{\text{Noise},4330} + r_{\text{noise}} + r_{\text{Offs},\text{Corr}}. \quad (7.6)$$

Tabelle 7.11.: Angaben zur Unsicherheit der Spannungsmessung des Nanovoltmeter Keithley 2182A. Angegeben sind die Werte, die bis zu Jahre seit der letzten Kalibrierung gültig sind.

Kanal	Bereich	Auflösung	Fehlergrenze bei $(23 \pm 5)^\circ\text{C}$ \pm (% Messwert + Nullpunktabweichung)	Rauschen (RMS, < 10 Hz)
1	10 mV	1 nV	0,006 % + 40 nV	5,8 nV
1	100 mV	10 nV	0,004 % + 500 nV	41,7 nV
1	1 V	100 nV	0,0032 % + 3 μV	108,4 nV
1	10 V	1 μV	0,0032 % + 30 μV	0,55 μV
1	100 V	10 μV	0,0052 % + 500 μV	25 μV
2	100 mV	10 nV	0,004 % + 700 nV	29,2 nV
2	1 V	100 nV	0,0032 % + 3 μV	66,7 nV
2	10 V	1 μV	0,0032 % + 30 μV	0,42 μV

Tabelle 7.12.: Eingangsgrößen der Unsicherheitsanalyse der gleichspannungsbasierten Auswertung mit einem Keithley 2182A sowie einem Keithley 2450. r_{In} wird von 0 bis 2 mV/V variiert, U_{ex} beträgt 10 V.

Eingangsgröße	Erwartungswert	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
U_1	$r_{\text{In}} U_{\text{ex}}$	$60\text{E}-6 r_{\text{In}} U_{\text{ex}} + 40\text{ nV}$	Rechteck	Messsignal Kanal 1, Messbrückenausgang, 10 mV Messbereich
$U_{1,\text{noise}}$	0	5,8 nV	Normal	Rauschen Kanal 1, 10 mV Messbereich
$U_{\text{R},\text{noise}}$	0	4,42 nV/V	Normal	Rauschen, berechnet aus $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 B}$ mit $\vartheta = 21\text{ }^\circ\text{C}$, $R_0 = 120\text{ }\Omega$ und $B = 10\text{ Hz}$.
U_2	U_{ex}	$32\text{E}-6 U_{\text{ex}} + 30\text{ }\mu\text{V}$	Rechteck	Messsignal Kanal 2, Speisespannung, 10 V Messbereich
$U_{2,\text{noise}}$	0	0,42 μV	Normal	Rauschen Kanal 2, 10 V Messbereich
$U_{\text{ex},\text{noise}}$	0	100 μV	Normal	Rauschen der Spannungsquelle im 20 V Ausgabebereich.

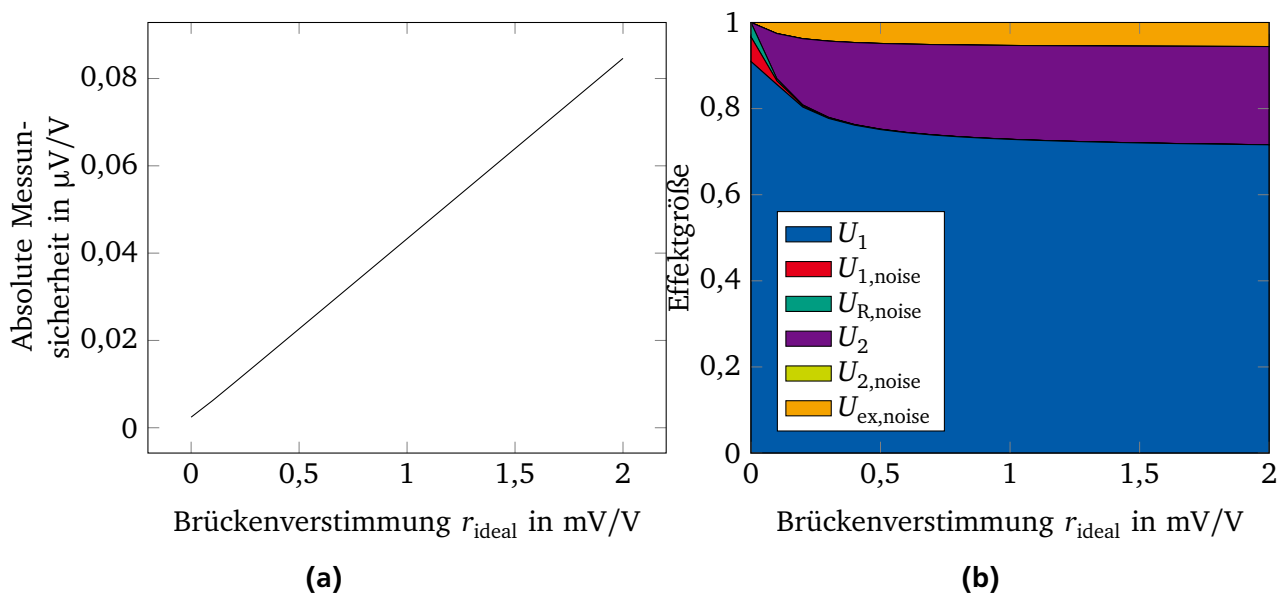


Abb. 7.3.: Messunsicherheit der gleichspannungsbasierten Auswertung mit einem Nanovoltmeter 2182A und einem Sourcemeter 2450 der Firma Keithley. Betrag (a) sowie Effektgrößen der einzelnen Anteile (b).

Der Korrekturterm reduziert die Unsicherheit des Offsets auf den relativen Messfehler des Messwerts. Er wird für diese Modellierung mit dem laut Datenblatt maximal möglichen Offset $r_{\text{Offs}} = 108\text{ }\mu\text{V/V}$ angenommen, Tabelle 7.13.

Dies reduziert die Unsicherheit bei 2 mV/V von ca. $62\text{ }\mu\text{V/V}$ auf ca. $0,68\text{ }\mu\text{V/V}$. Dominante Anteile der Messunsicherheit sind nun der Verstärkungsfehler g_{err} (Effektgröße ca. 71 %) sowie die Unsicherheit der Korrektur $r_{\text{Offs},\text{Corr}}$ (Effektgröße ca. 26 %), Abbildung 7.4. Der SNR beträgt bei 2 mV/V etwa 2940.

Tabelle 7.13.: Eingangsgrößen der Unsicherheitsanalyse der gleichspannungsbasierten Auswertung mit einem PXIe-4330 der Firma National Instruments. Verwendet wurden die maximalen Fehlergrenzen aus dem Datenblatt für den Temperaturbereich $(23 \pm 5)^\circ\text{C}$. Die letzten zwei Zeilen der Tabelle beschreiben die Berücksichtigung der durch eine Nullpunktmessung vor der eigentlichen Messung gewonnene Korrektur.

Eingangsgröße	Erwartungswert	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
r_{In}	0 bis 2 mV/V	0	n.a.	Brückenverstimmung
g_{err}	0	0,05 %	Gleichverteilt	Verstärkungsfehler
r_{Offs}	0	108 $\mu\text{V/V}$	Gleichverteilt	Nullpunktabweichung
$r_{\text{Noise,4330}}$	0	0,89 nV/V	Normal	Eingangsbezogenes Rauschen des 4330 bei 3,3 V Speisung mit digitalem Filter mit 17 Samples Länge, $37 \mu\text{V/V} \sqrt{17}$
$U_{\text{R,noise}}$	0	4,42 nV/V	Normal	Rauschen, berechnet aus $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 B}$ mit $\vartheta = 21^\circ\text{C}$, $R_0 = 120 \Omega$ und $B = 10 \text{ Hz}$.
r_{Offs}	108 $\mu\text{V/V}$	0	n.a.	
$r_{\text{Offs,Corr}}$	-108 $\mu\text{V/V}$	0,62 $\mu\text{V/V}$	Gleichverteilt	Korrekturfaktor, die Unsicherheit entsteht aus g_{err} und $r_{\text{Noise,4330}}$

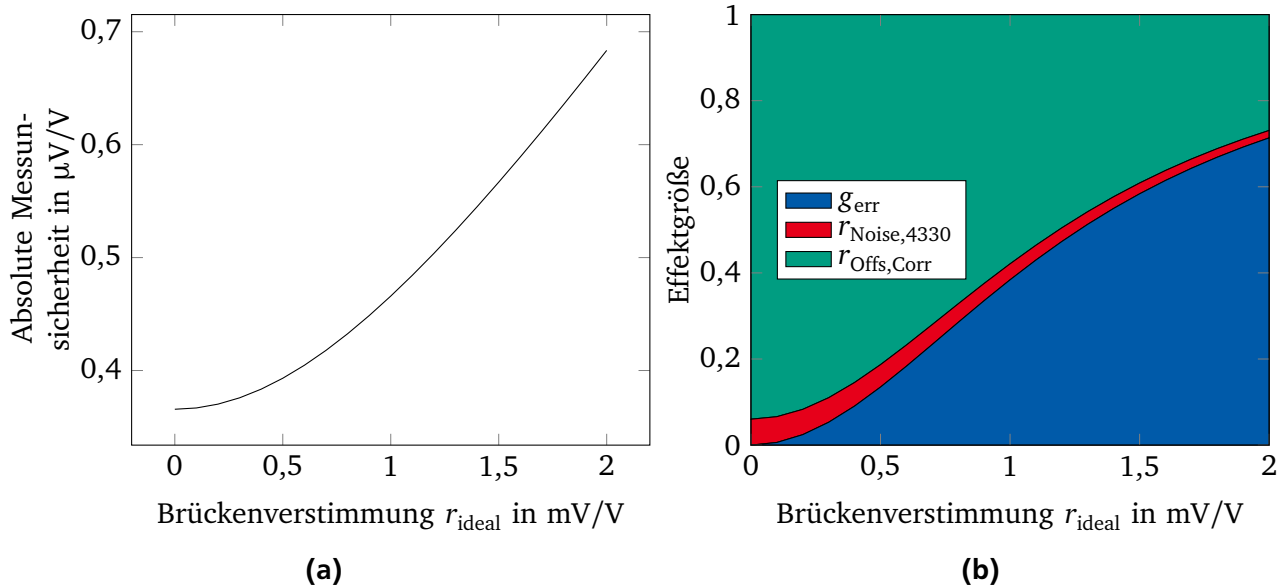


Abb. 7.4.: Messunsicherheit des Gleichspannungsverstärkers PXIe-4330 der Firma National Instruments. Betrag (a) sowie Effektgrößen der einzelnen Anteile (b).

7.5.3 HBM ML38

Der ML38B der Firma HBM ist ein Trägerfrequenzverstärker, das heißt er arbeitet nach dem AC-basierten Prinzip. Im Datenblatt werden ein Verstärkungsfehler g_{Err} („Fehler in % vom Messwert“) und ein Nullpunktfehler r_{Err} („Fehler in % vom Messbereichsendwert“) angegeben, sie betragen jeweils 0,0025 %. Unter zusätzlicher Berücksichtigung des Widerstandsrauschens $U_{\text{R,noise}}$ des angeschlossenen Sensors ergibt sich der funktionale Zusammenhang

$$X_{\text{out}} = r_{\text{In}}(1 + g_{\text{Err}}) + r_{\text{Err}} + U_{\text{R,noise}}. \quad (7.7)$$

Werte der Eingangsgrößen sind in Tabelle 7.14 dargestellt.

Die Ergebnisse in Abbildung 7.5 zeigen eine exponentiell ansteigende Messunsicherheit von 29 nV/V bei $r = 0$ bis 41 nV/V bei $r = 2 \text{ mV/V}$. Erwartungsgemäß dominiert bei kleinem r_{In} der Nullpunktfehler und mit zunehmendem r_{In} wird der Verstärkungsfehler immer wichtiger. Das Widerstandsrauschen zeigt nur eine kleine Effektgröße von ca. 1 %. Der ML38B ist also durch seine Eigenfehler limitiert, arbeitet aber schon nahe der physikalischen Auflösungsgrenze. Der SNR beträgt bei 2 mV/V ca. 48 780.

7.5.4 HBM DMP41

Der DMP41 wird beworben als „der genaueste Verstärker für auf Dehnungsmessstreifen (DMS) basierende Messungen weltweit“¹ und ist ein Trägerfrequenzverstärker. Im Datenblatt wird lediglich ein Linearitätsfehler $r_{\text{Err,Lin}}$ von $5\text{E}-6$ bezogen auf den Messbereichsendwert angegeben. Der funktionale Zusammenhang ist daher

$$X_{\text{out}} = r_{\text{In}} + r_{\text{Err,Lin}} + U_{\text{R,noise}}. \quad (7.8)$$

Aus dem funktionalen Zusammenhang und den numerischen Werten, Tabelle 7.15, zeigt sich, dass beide Beiträge zur Unsicherheit konstant sind. Die Messunsicherheit ist daher auch konstant bei 8,46 nV/V. Die Effektgröße des Linearitätsfehlers beträgt 73 %, die des Widerstandsrauschens 27 %. Der SNR bei 2 mV/V beträgt somit 236 397.

¹ <https://www.hbm.com/de/3971/dmp41-digitales-praezisionsmessgeraet/>, abgerufen am 08.03.2017

Tabelle 7.14.: Eingangsgrößen der Unsicherheitsanalyse des Trägerfrequenzverstärkers ML38 der Firma HBM.

Eingangsgröße	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
g_{Err}	$25\text{E}-6$	Rechteck	Verstärkungsfehler
r_{Err}	$25\text{E}-6 \cdot 2 \text{ mV/V}$	Rechteck	Nullpunktfehler
$U_{\text{R,noise}}$	4,42 nV/V	Normal	Rauschen, berechnet aus $\sqrt{4k_B \vartheta R_0 B}$ mit $\vartheta = 21 \text{ }^\circ\text{C}$, $R_0 = 120 \text{ } \Omega$ und $B = 10 \text{ Hz}$.

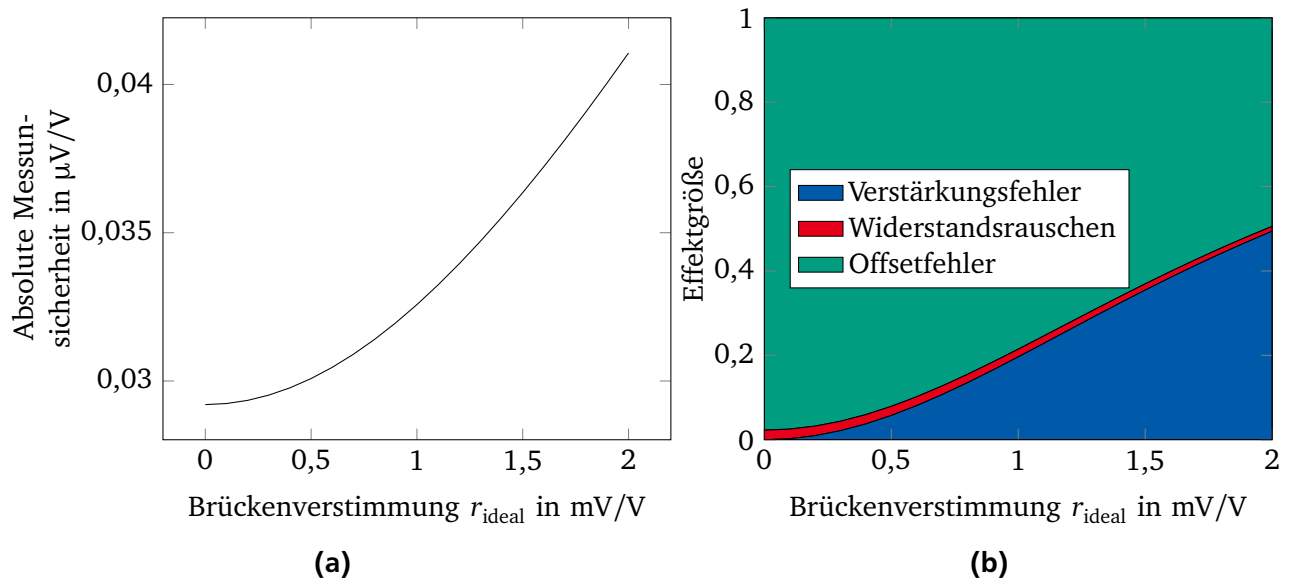


Abb. 7.5.: Messunsicherheit des Trägerfrequenzverstärkers ML38 der Firma HBM. Betrag (a) sowie Effektgrößen der einzelnen Anteile (b).

Tabelle 7.15.: Eingangsgrößen der Unsicherheitsanalyse des Trägerfrequenzverstärkers DMP41 der Firma HBM.

Eingangsgröße	Verteilungsparameter	Verteilung	Kommentar
r_{LinErr}	$5\text{E}-6 \cdot 2,5 \text{ mV/V} = 10 \text{ nV/V}$	Rechteck	Linearitätsfehler im Messbereich bis 2,5 mV/V
$U_{R,\text{noise}}$	4,42 nV/V	Normal	Rauschen, berechnet aus $\sqrt{4k_B\vartheta R_0 B}$ mit $\vartheta = 21^\circ\text{C}$, $R_0 = 120\Omega$ und $B = 10 \text{ Hz}$.

8 Experimentelle Validierung der Unsicherheitsanalyse

Die in den vorherigen Kapiteln erarbeiteten Gleichungen sollen zur Ermittlung der Messunsicherheit von Sensoren und speziell der verwendeten Sensorelektronik dienen. Um das Modell der Sensorelektronik zu validieren, wurden preislich ähnliche und am Markt verfügbare Lösungen ausgewählt und aufgebaut, die Messunsicherheiten nach dem in Kapitel 6 vorgestellten Verfahren berechnet und mit experimentellen Ergebnissen verglichen.

In Abschnitt 8.1 werden zunächst die verwendete Referenz und die Versuchsmuster vorgestellt. Das Experiment zur spannungsbasierten Auswertung wird in Abschnitt 8.2 besprochen und kurz ausgewertet. Anschließend folgt die Beschreibung und Auswertung des Experiments zur zeitbasierten Auswertung in Abschnitt 8.3. Ein Fazit zu beiden Experimenten sowie Kapitel 7 folgt in Kapitel 9.

8.1 Verwendete Referenz und Versuchsmuster

Zur Validierung der in Kapitel 4 hergeleiteten Modellgleichungen wurden zwei Module entworfen und aufgebaut: ein zeitbasiertes und ein gleichspannungsbasiertes Auswertemodul für Wheatstonebrücken. Um die Unterschiede deutlich aufzeigen zu können, wurden hochintegrierte Ein-Chip Lösungen aus dem niederen Preissegment ausgewählt. Zum Test der Module mit definiertem Eingangssignal wird ein Messbrückensimulator verwendet. Der Messbrückensimulator wird in Abschnitt 8.1.1 vorgestellt, die Module in Abschnitt 8.1.2 und 8.1.3.

8.1.1 Messbrückensimulator acam ALCS-350

Um die spannungs- sowie die zeitbasierte Auswertung testen zu können ist ein Simulator erforderlich, der nicht nur definierte Widerstandsverhältnisse erzeugt, sondern dabei auch eine konstante Kapazität beibehält. Diese Anforderung wird von fast allen kommerziellen Brückensimulatoren nicht erfüllt, da die zeitbasierte Auswertung keinen relevanten Marktanteil aufweist. Ein abgeglicherer Brückensimulator wurde von der Firma acam hergestellt, aufgrund des erheblichen Kalibrationsaufwands jedoch wieder eingestellt. Für die vorliegende Arbeit wurde freundlicherweise ein Restexemplar zur Verfügung gestellt, jedoch ohne Garantie der Fehlergrenzen. Der ALCS350 simuliert eine Messbrücke mit einem Grundwiderstand $R_0 = 350 \Omega$, deren Brückenverstimmung von 0 mV/V bis 3 mV/V in 0,1 mV/V Schritten über eine serielle Schnittstelle oder Schalterkombinationen digital eingestellt werden kann. Intern ist der Simulator aus driftarmen Präzisions-Festwiderständen aufgebaut, die mit Reed-Relais zur gewünschten Brückenverstimmung verschaltet werden. Der kapazitive Abgleich wird über parallelgeschaltete Kapazitäten realisiert.

Das Datenblatt des ALCS350 besagt, dass die Fehlergrenzen der Brückenverstimmung in der Verschaltung als WHEATSTONE'sche Vollbrücke bei $\pm 0,6 \mu\text{V/V}$ liegen. Da die Garantie dieser Fehlergrenze jedoch ausdrücklich ausgeschlossen war, wurde die Unsicherheit überprüft. Dazu wurde der Brückensimulator zunächst mit einem Brückenverstärker PXIe-4330 der Firma National Instruments (Austin, Texas, USA) verbunden. Als Speisespannung wurde 5 V gewählt. Diese Messungen stellten sich jedoch nicht als zuverlässig heraus (s.u.), weswegen ein zweiter Messaufbau herangezogen wurde, der in Abbildung 8.1 dargestellt ist. Der Brückensimulator wird von einem Keithley 2450 Sourcemeter mit einer konstanten Spannung von 5 V versorgt. Der Spannungsabfall über den Zuleitungen wird durch eine 4-Leiter-Messung kompensiert. Die Ausgangsspannung der Messbrücke wird mit einem Keithley 2182A Nanovoltmeter gemessen.

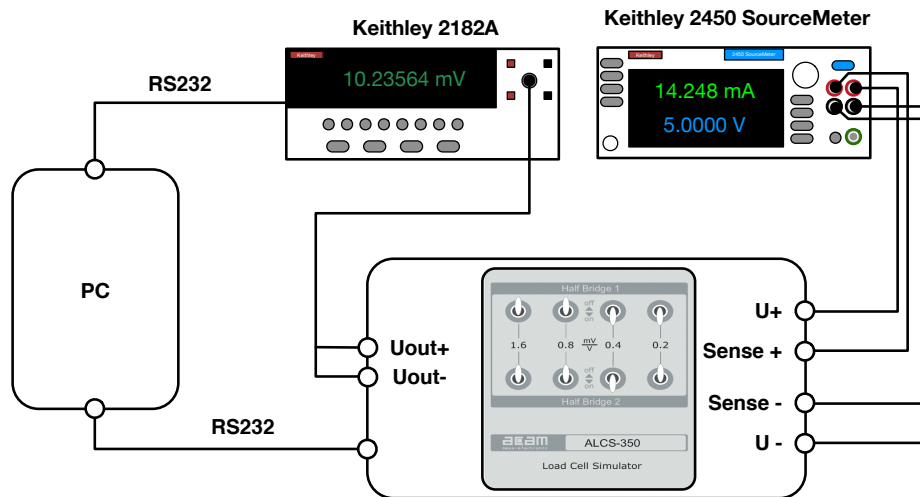


Abb. 8.1.: Messaufbau B zur Bestimmung der Unsicherheit des Brückensimulators acam ALCS-350 [90].

Die Empfindlichkeit des Brückensimulators wurde von 0 mV/V bis 3 mV/V in 0,1 mV/V Schritten erhöht, und es wurden jeweils 1000 Messwerte der Ausgangsspannung mit dem Multimeter Keithley 2182A aufgenommen. Im Fall des PXIe-4330 wurden jeweils 500 Messwerte aufgenommen. Die Messung wurde in beiden Fällen in einem auf $(21 \pm 1)^\circ\text{C}$ klimatisierten Labor vorgenommen. Insgesamt wurden drei Messreihen durchgeführt. Alle Messgeräte wurden zwischen den Messreihen von der Versorgungsspannung getrennt und nach dem Einschalten mindestens die laut Datenblatt benötigte Aufwärmzeit aufgewärmt. Die Messergebnisse sind in Abbildung 8.2 und Tabelle 8.1 dargestellt.

Auf Basis der Messdaten wurde eine Messunsicherheitsbetrachtung Typ A durchgeführt. Es wurde angenommen, dass die einzelnen Messreihen unkorreliert zueinander und normal verteilt sind. Zur Überprüfung der Hypothese der Normalverteilung wurde bei den Messungen mit dem Keithley 2182A ein SHAPIRO-WILK-Test mit dem Parameter $\alpha = 0,01$ verwendet.

Zusätzlich wurde eine Messunsicherheitsbetrachtung Typ B auf Basis der in den Datenblättern der Messgeräte genannten Fehlergrenzen durchgeführt, die Vorgehensweise ist in Abschnitt 7.5 gezeigt. Da die Messunsicherheit Typ B aus den Fehlergrenzen der Messgeräte abgeleitet wurde, während Typ A nur auf den Schwankungen der Ergebnisse des Experiments relativ zu einer unbekannten Abweichung beruht, sollte die Messunsicherheit Typ A stets kleiner als Typ B sein. Andernfalls misst entweder ein Messgerät außerhalb seiner Spezifikation und kann nicht mehr als vertrauenswürdig angesehen werden oder die Unsicherheitsanalyse enthält einen Fehler im funktionalen Zusammenhang oder bei den Eingangsgrößen. Bei beiden Messaufbauten sind einige Messunsicherheiten Typ B größer als Typ A, was auf einen der genannten Fehler hindeutet. Welcher zutrifft, ist unbekannt. Der Abstand ist jedoch beim NI 4330 größer, weswegen dem Messaufbau mit dem Keithley größeres Vertrauen beigemessen wird.

Die Messunsicherheit Typ B von Aufbau B bei 0,1 mV/V beträgt $0,002 \mu\text{V/V}$. Dies ist ausreichend, um die vom Hersteller angegebene Fehlergrenze von $0,6 \mu\text{V/V}$ signifikant nachweisen zu können. Zur Diskussion der dominanten Unsicherheitsursachen siehe Abschnitt 7.5.1. Die Messergebnisse zeigen, dass deutlich größere Abweichungen als $0,6 \mu\text{V/V}$ von bis zu ca. $70 \mu\text{V/V}$ auftreten, Abbildung 8.2.

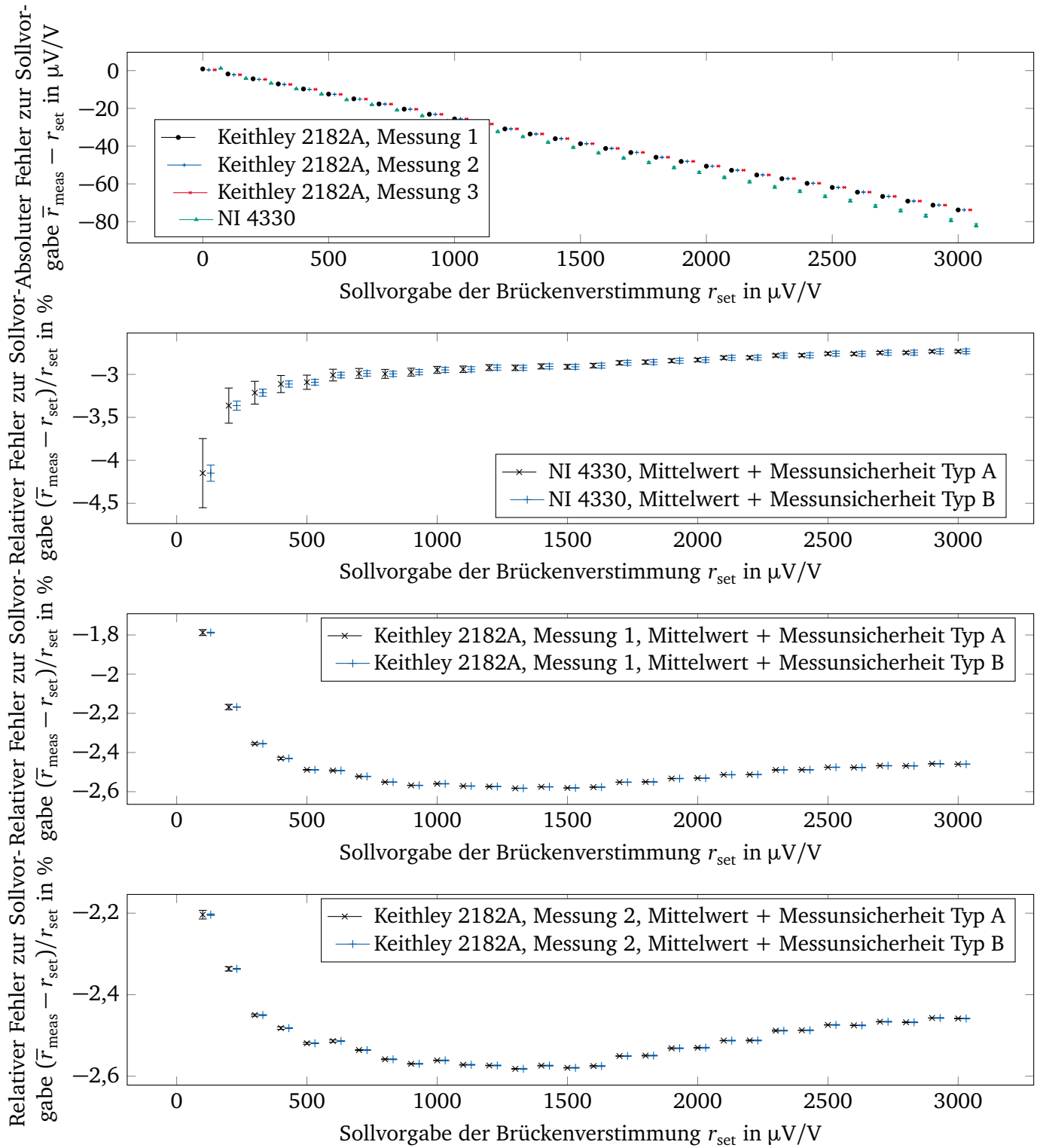


Abb. 8.2.: Messergebnisse zur Unsicherheit des Brückensimulators acam ALCS350. Der Messaufbau ist in Abbildung 8.1 skizziert. Zahlenwerte der dargestellten Ergebnisse sind in Tabelle 8.1 aufgeführt. Zur besseren Unterscheidbarkeit sind die Messreihen horizontal verschoben dargestellt. Oben: Absolute Abweichung der Messreihen zur Sollvorgabe r_{set} . Die Fehlerbalken stellen die aus den Fehlergrenzen der Messgeräte ermittelte Messunsicherheit Typ B mit Erweiterungsfaktor 1 dar. Unten: Relative Abweichung von Messung 1 zur Sollvorgabe r_{set} . Die Fehlerbalken stellen einerseits die Messunsicherheit Typ A nach Gleichung 6.3 mit Erweiterungsfaktor 1 über $n = 1000$ Messwerte pro Stufe von r_{set} dar, andererseits die Messunsicherheit Typ B auf Basis der im Datenblatt gegebenen Fehlergrenzen.

Tabelle 8.1.: Zusammengefasste Messergebnisse der Unsicherheit des Brückensimulators acam ALCS350. Mit dem Keithley 2182A wurden $N \cdot n = 31 \cdot 1000$ Messwerte aufgenommen. Mit dem NI PXIe-4330 wurden $N \cdot n = 31 \cdot 500$ Messwerte aufgenommen. Jede N Teilmenge der Messungen mit dem Keithley 2182A wurde mit dem SHAPIRO-WILK-Test ($\alpha = 0,01$) auf Normalverteilung geprüft. Das Ergebnis in der Spalte SW zeigt binär kodiert ob die Hypothese der Normalverteilung widerlegt werden konnte (0) oder nicht (1). Weiterhin sind Mittelwert, MU Typ A sowie MU Typ B angegeben, alle Angaben in der Einheit $\mu\text{V/V}$. Die Messungen wurden bei $(21 \pm 1)^\circ\text{C}$ Umgebungstemperatur durchgeführt.

r_{set}	Keithley 2182A, Messung 1				Keithley 2182A, Messung 2				Keithley 2182A, Messung 3				NI PXIe- 4330		
	\bar{r}_{meas}	MU A	MU B	SW	\bar{r}_{meas}	MU A	MU B	SW	\bar{r}_{meas}	MU A	MU B	SW	\bar{r}_{meas}	MU A	MU B
0	0.891	0.0267	0.001	1	0.4005	0.0664	0.001	1	0.4043	0.0662	0.001	1	1.218	0.417	0.0901
100	98.21	0.0152	0.00175	1	97.8	0.0106	0.00175	1	97.8	0.0088	0.00175	1	95.85	0.402	0.0946
200	195.7	0.0272	0.00259	1	195.3	0.0106	0.00258	1	195.3	0.00645	0.00258	0	193.3	0.409	0.107
300	292.9	0.0142	0.00345	1	292.6	0.00771	0.00345	1	292.7	0.00765	0.00345	0	290.4	0.397	0.125
400	390.3	0.0236	0.00432	1	390.1	0.0125	0.00432	1	390.1	0.00633	0.00432	0	387.6	0.398	0.146
500	487.6	0.00817	0.0052	0	487.4	0.012	0.0052	1	487.4	0.00665	0.0052	0	484.5	0.412	0.17
600	585	0.0176	0.00608	1	584.9	0.0168	0.00608	1	584.9	0.0125	0.00608	1	582	0.409	0.195
700	682.3	0.0139	0.00696	1	682.2	0.00739	0.00696	0	682.2	0.00936	0.00696	1	679.1	0.402	0.221
800	779.6	0.0106	0.00785	1	779.5	0.0087	0.00785	1	779.5	0.00976	0.00785	1	776	0.416	0.248
900	876.9	0.00762	0.00873	1	876.9	0.0112	0.00873	1	876.9	0.00939	0.00873	1	873.2	0.413	0.275
1000	974.4	0.014	0.00962	1	974.4	0.00658	0.00962	1	974.4	0.0147	0.00962	1	970.5	0.407	0.302
1100	1072	0.00813	0.0105	0	1072	0.0107	0.0105	1	1072	0.00808	0.0105	1	1068	0.416	0.33
1200	1169	0.0171	0.0114	1	1169	0.00686	0.0114	0	1169	0.0125	0.0114	1	1165	0.413	0.358
1300	1266	0.0105	0.0123	1	1266	0.00971	0.0123	0	1266	0.0111	0.0123	1	1262	0.403	0.386
1400	1364	0.0101	0.0132	1	1364	0.0109	0.0132	1	1364	0.00812	0.0132	0	1359	0.412	0.414
1500	1461	0.00752	0.0141	0	1461	0.00918	0.0141	0	1461	0.011	0.0141	1	1456	0.41	0.442
1600	1559	0.0115	0.0149	1	1559	0.0229	0.0149	1	1559	0.0129	0.0149	1	1554	0.411	0.471
1700	1657	0.00777	0.0158	1	1657	0.00901	0.0158	1	1657	0.00799	0.0158	0	1651	0.408	0.499
1800	1754	0.0202	0.0167	1	1754	0.0175	0.0167	1	1754	0.0162	0.0167	1	1749	0.408	0.527
1900	1852	0.0159	0.0176	1	1852	0.0215	0.0176	1	1852	0.016	0.0176	1	1846	0.41	0.556
2000	1949	0.0136	0.0185	1	1949	0.019	0.0185	1	1949	0.00904	0.0185	1	1943	0.409	0.584
2100	2047	0.00939	0.0194	1	2047	0.00833	0.0194	1	2047	0.0095	0.0194	1	2041	0.409	0.613
2200	2145	0.0161	0.0203	1	2145	0.0203	0.0203	1	2145	0.0139	0.0203	1	2138	0.408	0.641
2300	2243	0.028	0.0212	1	2243	0.0351	0.0212	1	2243	0.0238	0.0212	1	2236	0.407	0.67
2400	2340	0.0132	0.0221	1	2340	0.0109	0.0221	1	2340	0.00798	0.0221	1	2333	0.411	0.699
2500	2438	0.00767	0.023	1	2438	0.0111	0.023	1	2438	0.0135	0.023	1	2431	0.409	0.727
2600	2536	0.0248	0.0238	1	2536	0.0137	0.0238	1	2536	0.0132	0.0238	1	2528	0.418	0.756
2700	2633	0.0214	0.0247	1	2633	0.0131	0.0247	1	2633	0.0125	0.0247	1	2626	0.41	0.785
2800	2731	0.0189	0.0256	1	2731	0.0226	0.0256	1	2731	0.0127	0.0256	1	2723	0.412	0.813
2900	2829	0.00886	0.0265	1	2829	0.00979	0.0265	1	2829	0.0067	0.0265	0	2821	0.418	0.842
3000	2926	0.014	0.0274	1	2926	0.0221	0.0274	1	2926	0.0216	0.0274	1	2918	0.414	0.871

8.1.2 Gleichspannungsbasiertes Auswertemodul für Wheatstonebrücken

Als Formfaktor für die Module wurde ein sogenanntes „Arduino Shield“ gewählt, das eine einfache Auswertung mit der Mikrocontroller-Plattform „Arduino“ ermöglicht. Das Blockschaltbild des gleichspannungsbasierten Auswertemoduls ist in Abbildung 8.3 dargestellt. Das Modul weist folgende Eigenschaften auf:

- Versorgung mit 5 V und 3,3 V benötigt.
- Bereitstellung einer digital einstellbaren Gleichspannung von 0 bis 10 V mit einer Auflösung von $76 \mu\text{V}$ oder eines Gleichstroms von 0 bis 20 mA mit einer Auflösung von $0,3 \mu\text{A}$.
- Kompensation des Spannungsabfalls über Kabeln zum Sensor möglich über zusätzliche Sense-Leitungen (6-Leiter-Schaltung).
- Auswertung, das heißt Vorverstärkung und Digitalisierung, einer differentiell gemessenen Eingangsspannung relativ zu einer internen Referenzspannung von 2,048 V oder einer extern zugeführten.
- Digital einstellbare Vorverstärkung der Eingangsspannung von 1 bis 128 in Vielfachen von 2.
- Digitale Schnittstelle: Serial Peripheral Interface (SPI)

Mit diesen Eigenschaften können sowohl Wheatstonebrücken als auch Einzelwiderstände ausgewertet werden.

Zur Bereitstellung der Ausgangsspannung bzw. des -stroms wurde ein DAC, ein AD5422 der Firma Analog Devices (Norwood, Massachusetts, USA) eingesetzt. Für die Auswertung der Eingangsspannung wurde der ADC ADS1220 der Firma Texas Instruments (Dallas, Texas, USA) gewählt. Die Leitungskompensation bei Spannungsspeisung wird mit Operationsverstärkern ADA4627 der Firma Analog Devices realisiert. Um aus der 5 V Versorgung rauscharm $\pm 12 \text{ V}$ zur Versorgung von Operationsverstärkern und DAC zu generieren, ist ein MCA05D12D der Marke multicom (Eigenmarke der Premier Farnell, Leeds, GB) verbaut. Das aufgebaute gleichspannungsbasierte Auswertemodul ist in Abbildung 8.4 dargestellt.

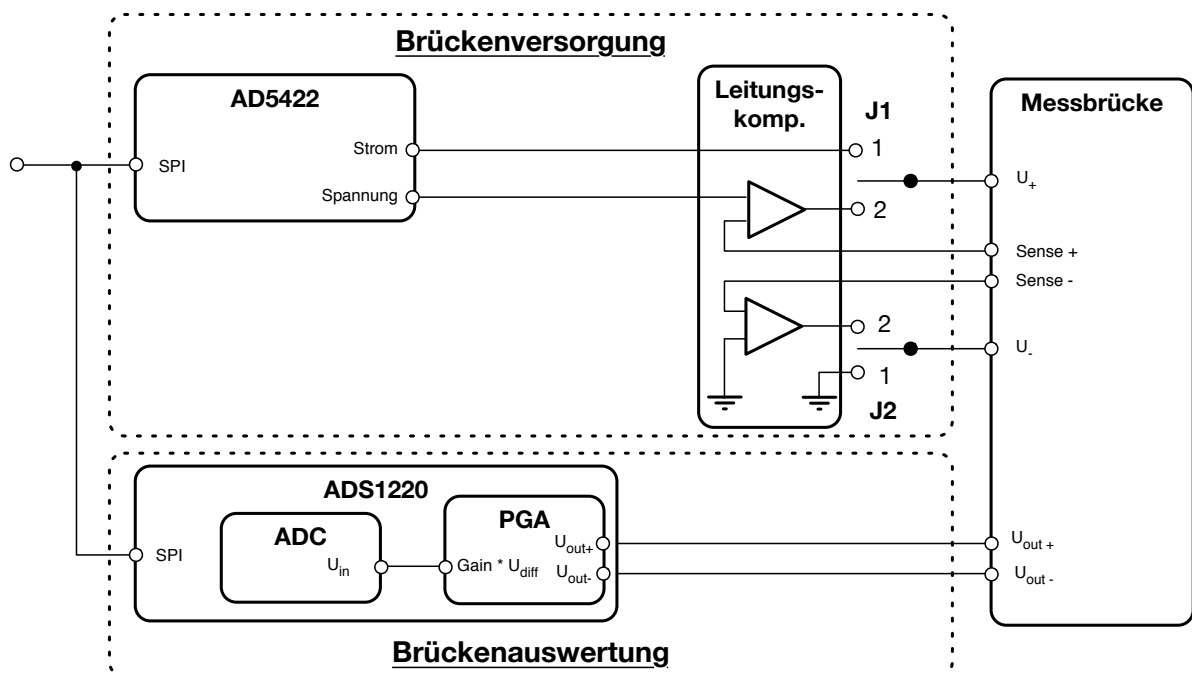


Abb. 8.3.: Blockschaltbild des entwickelten gleichspannungsbasierten Auswertemoduls [90].

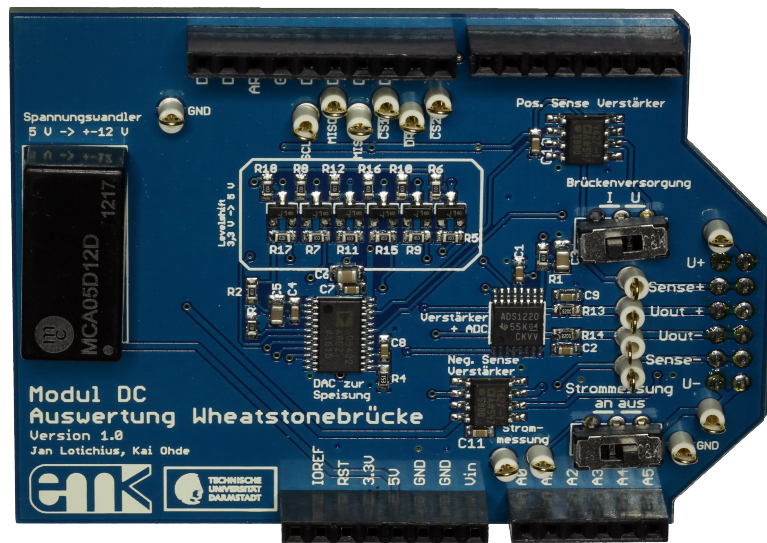


Abb. 8.4.: Für diese Arbeit entwickeltes gleichspannungs-basiertes Auswertemodul.

8.1.3 Zeitbasiertes Auswertemodul für Wheatstonebrücken

Für die Implementierung des zeitbasierten Auswerteverfahrens wird der integrierte Baustein PS09 der Firma acam (Stutensee, Deutschland), verwendet. Der PS09 verfügt über eine Steuerlogik, die das Laden und Entladen kontrolliert, entsprechende Anlogschalter und einen TDC, mit dem die Entladezeiten digitalisiert werden. Das zeitbasierte Auswertemodul ist in Abbildung 8.5 dargestellt. Es weist folgende Eigenschaften auf:

- Versorgung mit 3,3 V.
- Bereitstellung der Anschlüsse zur Auswertung einer Wheatstonebrücke durch Entladen eines Kondensators.
- Digitale Schnittstelle: SPI

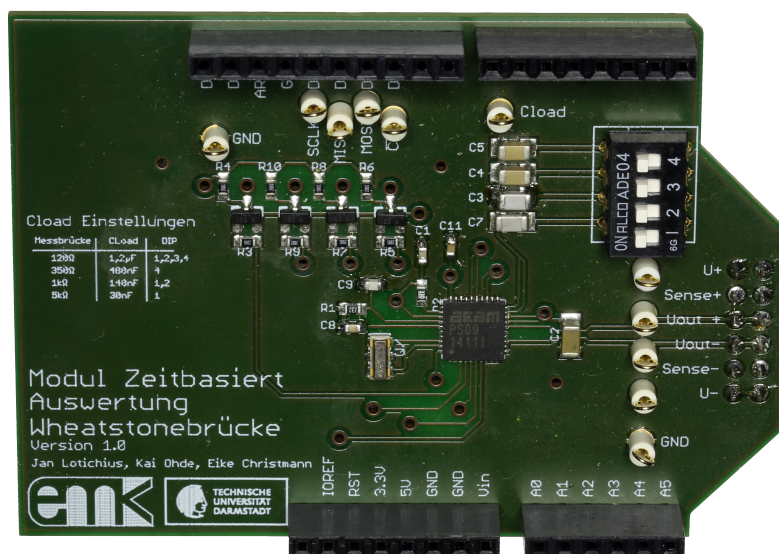


Abb. 8.5.: Für diese Arbeit entwickeltes Zeitbasiertes Auswertemodul.

Der PS09 benötigt für den Entladevorgang eine externe Kapazität C_{load} , die an den Grundwiderstand der Messbrücke R_0 anzupassen ist. Im Datenblatt wird für die Dimensionierung von C_{load} folgender Wert vorgeschlagen:

$$C_{\text{load}} \approx \frac{70 \mu\text{s} \dots 150 \mu\text{s}}{0,7 R_0}. \quad (8.1)$$

Zur Anpassung an verschiedene R_0 wurden auf dem Modul vier Kondensatoren verwendet, die per Miniaturschalter zuschaltbar sind. Die vier wichtigsten Kombinationen ergeben $1,2 \mu\text{F}$ für $R_0 = 120 \Omega$, 480 nF für $R_0 = 350 \Omega$, 130 nF für $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ und 30 nF für $R_0 = 5 \text{ k}\Omega$.

8.2 Gleichspannungsbasiertes Auswerteverfahren: Validierung der Modellbildung

Durchführung des Experiments

Das Auswertemodul wurde auf einen „Arduino Uno“ aufgesteckt und mit dem Brückensimulator verbunden. Der Arduino wurde über seinen USB-Anschluss von einem Laptop mit 5 V versorgt. Die Daten wurden mit der Software Matlab (The Mathworks, Natick, Massachusetts, USA) unter Nutzung des „Arduino Hardware Support Package“ aufgezeichnet. Der Brückensimulator wurde über die Schnittstelle RS232 angesteuert. Die Untersuchungen wurden in einem auf $(21 \pm 1)^\circ\text{C}$ klimatisierten Laborraum durchgeführt. Es wurden verschiedene Messreihen aufgenommen. In jeder Messreihe wurde die Brückenverstimmung des Brückensimulators von 0 mV/V bis 3 mV/V in 0,1 mV/V Schritten erhöht, und es wurden jeweils 500 Messwerte der Ausgangsspannung ausgelesen.

Die Speisespannung der Wheatstonebrücke wurde vom DAC erzeugt, der im Ausgabebereich 0 - 5 V verwendet wurde. Sie wurde auf 5 V ($X_{\text{dac}} = 65536$) eingestellt. Sonstige Einstellungen des DAC entsprechen dem Standardwert nach einem Reset. Die Ausgangsspannung des Brückensimulators wurde eingelesen, mit dem internen Vorverstärker des ADS1220 um den Faktor g_{PGA} verstärkt und digitalisiert. g_{PGA} wurde in den Schritten 1, 16, 64 und 128 variiert. Die Abtastrate des ADC wurde auf 20 SPS im „Normal“-Modus und „Kontinuierliche Wandlung“ eingestellt, das Eingangssignal ist „AIN1-AIN2“. Der Vorverstärker war bei allen Schritten von g_{PGA} eingeschaltet. Sonstige Einstellungen des ADC entsprechen dem Standardwert nach einem Reset.

Die erhaltenen digitalen Messwerte $X_{\text{ADC,meas}}$ wurden mit einer idealen Rekonstruktionsfunktion in die Widerstandsänderung r_{meas} umgerechnet. Die Rekonstruktionsfunktion ergibt sich durch Einsetzen der idealen DAC-Modellgleichung 4.31 in die ideale ADC-Modellgleichung 4.29, ergänzt um den Vorverstärkungsfaktor g_{PGA} , und Auflösen nach r :

$$r_{\text{meas}} = X_{\text{ADC,meas}} \frac{U_{\text{ADC,ref}}(2^{N_{\text{DAC}}} - 1)}{g_{\text{PGA}}(2^{N_{\text{ADC}}} - 1)U_{\text{DAC,ref}}X_{\text{DAC}}}. \quad (8.2)$$

Dabei gilt:

- $X_{\text{DAC}} = 65536$;
- $g_{\text{PGA}} = 1/16/64/128$;
- $N_{\text{ADC}} = 23 \text{ bit}$ (Der Wandler arbeitet mit 24 bit bipolarem Eingangsbereich, daher wird 1 bit für das Vorzeichen benötigt);
- $U_{\text{DAC,ref}} = 5 \text{ V}$;
- $U_{\text{ADC,ref}} = 2,048 \text{ V}$;
- $N_{\text{DAC}} = 16 \text{ bit}$.

Als Referenzwerte r_{ideal} werden die Mittelwerte von Messung 2 der Charakterisierung des Brückensimulators aus Tabelle 8.1 verwendet. Zur Ermittlung der Unsicherheit der Messung wird eine Messunsicherheitsbetrachtung Typ A durchgeführt. Es wird angenommen, dass die einzelnen Messreihen unkorreliert zueinander und normal verteilt sind. Zur Überprüfung der Hypothese der Normalverteilung wird ein SHAPIRO-WILK-Test mit dem Parameter $\alpha = 0,01$ verwendet.

Ergebnisse

Die Messergebnisse sind in Abbildung 8.6 dargestellt. Dort werden die absolute Abweichung jeder Messreihe

$$\Delta r = \bar{r}_{\text{meas}} - r_{\text{ideal}}, \quad (8.3)$$

die reduzierte Abweichung bezogen auf 2 mV/V

$$r_{\text{red}} = \frac{\Delta r}{2 \text{ mV/V}}, \quad (8.4)$$

sowie die relative Abweichung

$$r_{\text{rel}} = \frac{\Delta r}{r_{\text{ideal}}} = \frac{\bar{r}_{\text{meas}} - r_{\text{set}}}{r_{\text{ideal}}} \quad (8.5)$$

angegeben. Die Messunsicherheit Typ A ist mit Fehlerbalken gekennzeichnet. Zusätzlich ist die Messunsicherheit Typ B zuzüglich der Abweichung auf Basis der Fehlergrenzen aus dem Datenblatt durch graue Hinterlegung dargestellt. Die Unsicherheitsanalyse wurde ähnlich zu Abschnitt 7.3 vorgenommen mit geändertem Grundwiderstand (350Ω anstatt 120Ω) sowie jeweils geändertem g_{PGA}

Interpretation

Erwartungsgemäß sind die Typ B Messunsicherheiten stets größer als die Typ A Messunsicherheiten, der Baustein arbeitet also innerhalb seiner Fehlergrenzen. Die Typ A Unsicherheit zeigt außerdem eine stärkere Abhängigkeit von g_{PGA} . Dies ist ebenfalls zu erwarten, da die dominierenden Quellen der Messunsicherheit U_{offset} und g_{ADC} sind, vergleiche Abbildung 7.1 (Beachte: g_{PGA} und g_{ADC} sind dort zusammengefasst, da sie nur gemeinsam im Datenblatt behandelt werden). Diese sind in der Typ B Betrachtung unbekannt und tragen so zur Unsicherheit bei. In der Typ A Betrachtung sind sie für jedes gefertigte Exemplar festgelegt und während der Messung vermutlich nahezu konstant. Sie bestimmen also nur die Lage der Typ A Messergebnisse innerhalb der durch die Typ B Betrachtung gegebenen Grenzen. Ein hoher Verstärkungsfaktor verringert insbesondere den Einfluss von konstanten Größen, die nicht verstärkt werden. Dies sind alle Einflussgrößen des ADC.

Die Analyse eines zweiten gefertigten Boards (im linken Graphen für $g_{\text{PGA}} = 128$) bestätigt diese These: Die Messergebnisse zeigen eine andere Lage im Typ B Messunsicherheitsbereich, sind jedoch stets innerhalb dieses Bereichs.

8.3 Zeitbasiertes Auswerteverfahren: Validierung der Modellbildung

Durchführung des Experiments

Das Zeitbasierte Auswertemodul wurde auf einen Arduino Uno aufgesteckt und durch ein etwa 20 cm langes, geschirmtes, sechsadriges Kabel mit dem Brückensimulator ALCS350 verbunden. Der PS09 wurde in den Reset-Zustand versetzt und anschließend mit den Parametern in Tabelle 8.2 geladen.

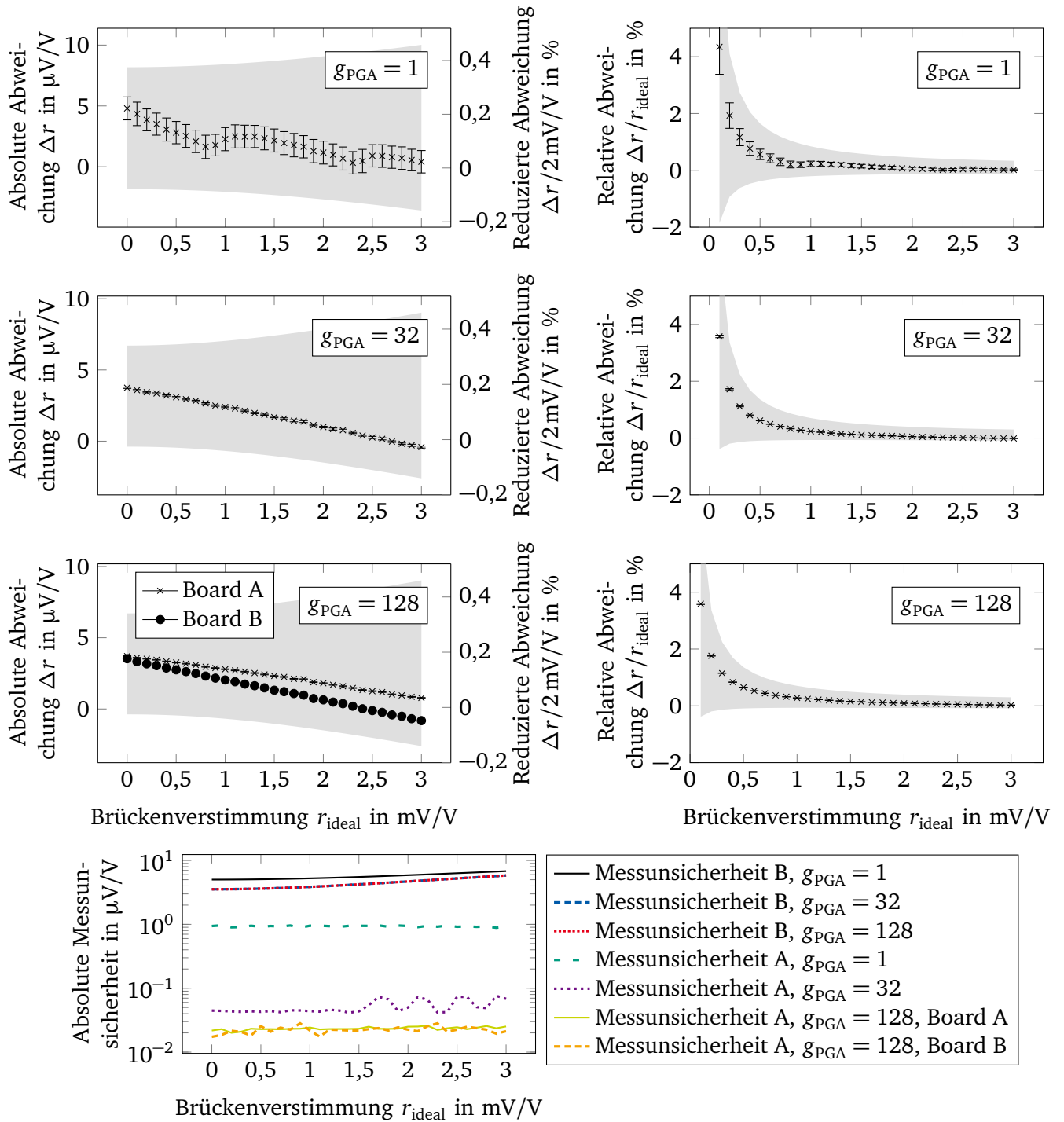


Abb. 8.6.: Messergebnisse zur Unsicherheit des gleichspannungsbasierten Auswertemoduls. Der Messaufbau ist in Absatz 8.2 beschrieben. Linke Graphen: Absolute Abweichung und reduzierte Abweichung bezogen auf 2 mV/V der Mittelwerte der jeweils $n = 1000$ Messwerte der Messreihen mit verschiedenen Vorverstärkungsfaktoren g_{PGA} . Die Fehlerbalken stellen die aus dem Experiment ermittelte Messunsicherheit Typ A dar. Im Graph für $g_{\text{PGA}} = 128$ ist zusätzlich die Messung eines zweiten gefertigten Exemplars aufgetragen. In den übrigen Graphen wurde zur Erhöhung der Übersichtlichkeit auf weitere Messungen verzichtet. Der grau markierte Bereich stellt die Messunsicherheit Typ B aus den im Datenblatt gegebenen Fehlergrenzen dar. Rechte Graphen: Relativer Fehler der Messreihen bezogen auf den jeweiligen Idealwert. Die Fehlerbalken stellen die aus dem Experiment ermittelte Messunsicherheit Typ A dar. Unterster Graph: Messunsicherheiten A und B aller Messreihen.

Tabelle 8.2.: Gesetzte Konfigurationsparameter des PS09 zur Durchführung der Validierung. Alle nicht erwähnten Konfigurationsparameter sind im Zustand nach einem Reset.

Konfigurationsparameter	Wert	Erläuterung
bridge	1	Wheatstone Brücke
en_wheatstone	1	Wheatstone Brücke
sel_start_osz	1	Externer 4 MHz Oszillator ist dauerhaft an
mult_Hb1	0x400000	Skalierungsfaktor 4 für erste Halbbrücke
mult_Hb2	0xC00000	Skalierungsfaktor -4 für zweite Halbbrücke
mr2_en	1	Interner Parameter ohne Erläuterung, Wert wird im Datenblatt empfohlen
adj_hr	5	Interner Parameter ohne Erläuterung, Wert wird im Datenblatt empfohlen
auto10k	0	Interner Parameter ohne Erläuterung, Wert wird im Datenblatt empfohlen
sel_comp_r	1	Interner Komparator-Widerstand 6 k Ω
avrate	2 bzw. 50	Anzahl der Messwerte zur Durchschnittsbildung, siehe Text
cytime	250	Umlaufzeit zwischen zwei Messungen ist 500 μ s

Bezüglich der Einstellungen sind mehrere Besonderheiten zu erläutern. Die Konfigurationsparameter mult_HB1 und mult_HB2 bezeichnen Skalierungsfaktoren, mit denen zwei separat ermittelte Messwerte X_{HB1} und X_{HB2} multipliziert werden. Die Messwerte werden nach Gleichung 4.41 (ohne t_{delay} -Kompensation) oder Gleichung 5.20 (mit t_{delay} -Kompensation) ermittelt. Anschließend wird jeder Wert mit dem jeweiligen mult_HB multipliziert. Mit gesetztem Bit en_wheatstone müssen die mult_HB laut Datenblatt gleichen Betrag, aber unterschiedliche Vorzeichen aufweisen. Aus der Beschreibung lässt sich folgern, dass der Betrag einen digitalen Verstärkungsfaktor angibt. Während der Experimente wurde jedoch festgestellt, dass verschiedene betragsgleiche Kombinationen der mult_HB dennoch eine Änderung der Verstärkung ab 1500 μ V/V und damit Linearitätsfehler, teils über 20 %, zur Folge haben. Ausschließlich die Kombination 4 und -4 ergab eine konstante Verstärkung, die aus verschiedenen Messungen mit 2,4...2,5 ermittelt wurde. Aus der Theorie wäre eine Verstärkung von $4 \cdot (2/3) = 2,6$ erklärbar: Aus der mult_HB-Einstellung folgt eine Verstärkung von 4, und in einer Wheatstone-Brücke reduziert sich laut Datenblatt die Empfindlichkeit des PS09 um den Faktor 2/3 gegenüber einer Halbbrücke nach Abbildung 4.9 (b). Die Erklärung dieses Faktors wurde vom Autor gemeinsam mit OHDE [90, S. 35] hergeleitet.

Die erhaltenen digitalen Messwerte X_{meas} entsprechen der Widerstandsänderung in 10 nV/V-Schritten. Als Korrektur wird die aus den Mittelwerten ermittelte Abweichung von Messung 2 der Charakterisierung des Brückensimulators aus Tabelle 8.1 verwendet. Zur Ermittlung der Unsicherheit der Messung wird eine Messunsicherheitsbetrachtung Typ A durchgeführt. Es wird angenommen, dass die einzelnen Messreihen unkorreliert zueinander und normal verteilt sind. Zur Überprüfung der Hypothese der Normalverteilung wird ein SHAPIRO-WILK-Test mit dem Parameter $\alpha = 0,05$ verwendet.

Ergebnisse

Die Messergebnisse sind in Abbildung 8.7 dargestellt. In den Graphiken werden die absolute Abweichung jeder Messreihe

$$\Delta r = \bar{r}_{\text{PS09, meas}} - r_{\text{ideal}}, \quad (8.6)$$

die relative Abweichung

$$\frac{\Delta r}{r_{\text{ideal}}} = \frac{\bar{r}_{\text{meas}} - r_{\text{set}}}{r_{\text{ideal}}} \quad (8.7)$$

sowie die reduzierte Abweichung, bezogen auf den bei kommerziellen Sensoren gängigen Kennwert 2 mV/V,

$$\frac{\Delta r}{r_{\text{ideal}}} = \frac{\bar{r}_{\text{meas}} - r_{\text{set}}}{r_{\text{ideal}}} \quad (8.8)$$

angegeben mit Fehlerbalken, welche die Messunsicherheit X_{MUA} kennzeichnen. Ebenfalls angegeben ist der durch die Fehlergrenzen gegebene Bereich gemäß der Messunsicherheitsbetrachtung. Diese wurde ähnlich zu der aus Abschnitt 7.4 durchgeführt. Auf Unterschiede wird in der Interpretation eingegangen.

Interpretation

Bei den Messungen zeigte sich, dass Annahmen in der Unsicherheitsanalyse in Abschnitt 7.4 verfeinert werden müssen. Der Komparator reagierte bei verschiedenen Messungen auch auf Signalflanken mit sehr hohen Frequenzanteilen, weswegen die für die Rauschberechnung benötigte Bandbreite auf 140 MHz (statt 10 kHz) korrigiert wurde. Weiterhin wurde für das Eigenrauschen des PS09 der höchste angegebene Wert für eine Abtastrate von 500 Sa/s verwendet, er beträgt 13,5 bit effektive Auflösung (ENOB, effective number of bits) anstatt 15,7 bit bei 20 Sa/s. Das Eigenrauschen berechnet sich daraus zu $2^{(24-13,5)} = 1448$ LSB. Die aus diesen Werten berechnete Messunsicherheit stimmt zwischen Typ A und Typ B Analyse gut überein.

Bezüglich der Abweichung ist festzustellen, dass bereits bei Null Widerstandsänderung eine hohe Abweichung von ca. $-30 \mu\text{V/V}$ (bei $\text{avrate}=2$) beziehungsweise $3 \mu\text{V/V}$ (bei $\text{avrate}=50$) vorhanden ist. Diese kann im funktionalen Zusammenhang ausschließlich mit einem Erwartungswert von $X_{\text{TDC, offset}}$ ungleich Null modelliert werden. Der Wert wurde daher auf $X_{\text{TDC, offset}} = 2^{20.93}$ beziehungsweise $-30 \mu\text{V/V}$ festgelegt.

Bemerkenswert ist allerdings, dass damit die Betrachtung für den Fall $\text{avrate}=50$ nicht mehr zutrifft. Der Parameter avrate bezeichnet laut Datenblatt die Anzahl der Messungen, aus der ein Mittelwert ermittelt wird. Dabei bleibt unklar, an welcher Stelle in der Messkette diese Mittelwertbildung geschieht und ob es sich um einen laufenden Mittelwert oder jeweils einen einmaligen Vorgang handelt. Eine entsprechende Anfrage an den Hersteller blieb unbeantwortet. Wäre das Messsignal nur mit mittelwertfreiem, weißem Rauschen überlagert, würde eine Mittelwertbildung die Messunsicherheit zwischen den Einstellungen $\text{avrate}=2$ und $\text{avrate}=50$ um einen Faktor $\sqrt{2}/\sqrt{50} = 0.2$ verringern. Dies ist bei der Berechnung der Typ B Unsicherheit berücksichtigt und stimmt in etwa mit den Typ A Messunsicherheiten überein, das Verhältnis beträgt zwischen 0,18 und 0,2. Die Mittelwertbildung dürfte jedoch nicht die Abweichung des Messergebnisses beeinflussen. Es muss daher festgestellt werden, dass die Unsicherheitsanalyse den Parameter avrate nicht hinreichend modelliert.

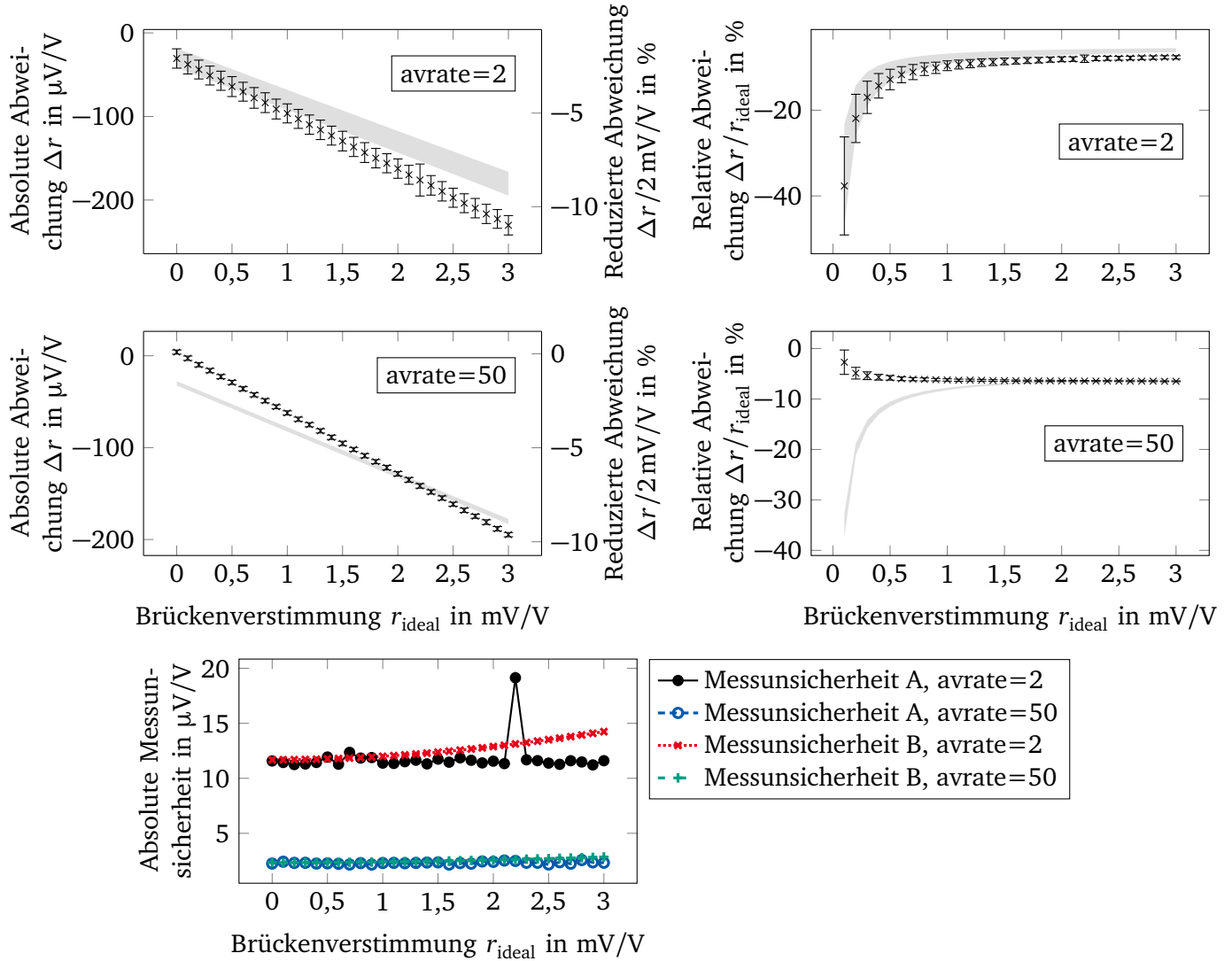


Abb. 8.7.: Messergebnisse zur Unsicherheit des Zeitbasierten Auswertemoduls. Der Messaufbau ist in Absatz 8.3 beschrieben. Linke Graphen: Absolute Abweichung und reduzierte Abweichung bezogen auf 2 mV/V der Mittelwerte der jeweils $n = 1000$ Messwerte der Messreihen mit verschiedenen Einstellungen des Parameters avrate. Die Fehlerbalken stellen die aus dem Experiment ermittelte Messunsicherheit Typ A dar. Der grau markierte Bereich stellt die Messunsicherheit Typ B aus den im Datenblatt gegebenen Fehlergrenzen dar. Rechte Graphen: Relativer Fehler der Messreihen bezogen auf den jeweiligen Idealwert. Die Fehlerbalken stellen die aus dem Experiment ermittelte Messunsicherheit Typ A dar. Unterster Graph: Messunsicherheiten A und B aller Messreihen.

9 Fazit zur Unsicherheitsanalyse

In Kapitel 6 wird der GUM so erweitert, dass ein Simulationswerkzeug zur Unsicherheitsanalyse von Sensoren sowohl während der Entwicklung als auch bei Charakterisierungsmessungen zur Verfügung steht. In den Kapiteln 7 und 8 werden verschiedene Beispiele zur Realisierung einer Auswerteelektronik für resistive Sensoren diskutiert und der Unsicherheitsanalyse unterzogen.

Die durchgeführten Analysen zeigen, dass die Methode sehr gewinnbringend eingesetzt werden kann: Mit einem standardisierten Vorgehen erreicht man eine validierbare Aussage darüber, welche Abweichung und Messunsicherheit im simulierten Arbeitspunkt zu erwarten sind und welche Eingangsgrößen diese dominierend verursachen. Ein Entwickler kann mit diesen Informationen schnell entscheiden, ob ein Sensor gegebene Anforderungen erfüllen wird. Kann der simulierte Sensor die Anforderungen nicht erfüllen, kann in absteigender Effektgröße der Eingangsgrößen nach Bauteilen mit passenderen Parametern gesucht werden. Auswirkungen eines geänderten Bauteils können anhand der Datenblattangaben schnell simuliert werden.

Sind keine passenden Bauteile verfügbar oder wäre deren Einsatz zu kostenintensiv, kann eine Kompensation von langsam veränderlichen Eingangsgrößen erfolgen. Die Auswirkungen der Kompensation werden im funktionalen Zusammenhang durch zusätzliche Korrekturterme erfasst. Alternativ wird die Schwankung einzelner Eingangsgrößen reduziert, sofern diese isoliert ermittelbar sind. Dabei wird die Unsicherheit der Kompensationsmessung berücksichtigt. Die Methode ermöglicht damit auch eine Entscheidung darüber, ob eine Kompensationsmessung gegebener Unsicherheit bessere Ergebnisse erzielt als der Austausch eines Bauteils gegen ein hochwertigeres.

Berücksichtigt man in den funktionalen Zusammenhängen auch das Rauschen, wie in Kapitel 7 vorgestellt, lässt sich auf einfache Weise der SNR eines Systems ermitteln. Dazu setzt man die Schwankungen aller Eingangsgrößen, die nicht dem Rauschen zuzuordnen sind, auf Null. Die verbleibende Messunsicherheit entsteht durch Rauschen. Aus dieser lässt sich dann beispielsweise der SNR bei dem Nennsignal des Sensors bilden – in Kapitel 7 wird dies jeweils für den Nennwert 2 mV/V berechnet. Der SNR bei Nennsignal ist ein Maß für die Anzahl der erreichbaren Unterteilungen im Messbereich. Er entspricht der Anzahl an Unterteilungen, wenn als Konfidenzintervall eine $\pm 0,5\sigma$ Umgebung gewählt wird. Wird als Konfidenzintervall eine $\pm n\sigma$ Umgebung gewählt, ergibt sich die Anzahl der sicher auflösbaren Schritte zu $\text{SNR}/2n$.

Die Validierung der Unsicherheitsanalyse in Kapitel 8 zeigt, dass das Verhalten eines gleichspannungsbasierten Messsystems sehr gut prognostiziert werden kann. Die Untersuchung zweier entworfener und gefertigter Versuchsmuster zeigt Messergebnisse innerhalb des durch die Fehlergrenzen prognostizierten Intervalls. Das Verhalten des zeitbasierten Messsystems kann ebenfalls zutreffend prognostiziert werden solange keine Mittelwertbildung erfolgt.

Bezüglich des untersuchten Bausteins, der die zeitbasierte Auswertung implementiert, ist festzustellen, dass die Auswirkungen einiger Konfigurationsparameter im Datenblatt unklar dokumentiert sind. Dies wurde an den Parametern `mult_HB` und `avrate` gezeigt. Eine Erhöhung von `avrate` bewirkt nicht nur eine Reduzierung der Messunsicherheit, wie zu erwarten wäre. Es wird ebenfalls die Abweichung reduziert, was durch den hergeleiteten funktionalen Zusammenhang nicht erklärt werden kann. Es bleibt daher unklar, wie dieser Effekt entsteht.

Die analysierten Beispiele in Kapitel 7 zeigen, dass bereits mit preisgünstigen integrierten Bausteinen SNR von mehreren tausend Schritten bei 2 mV/V realisierbar sind. Gleichspannungsbasierte Lösungen zeigen dabei Nullpunkt- und Gleichtaktspannungen als wesentliche Ursachen der Unsicherheit. Werden

diese durch eine Kompensationsmessung beziehungsweise rechnerische Kompensation reduziert, wird die Unsicherheit deutlich reduziert und von Verstärkungsfehlern dominiert.

Alle gleichspannungsbasierten Beispiele werden durch das Rauschen oder die Eigenfehler des Messgerätes limitiert. Keine der untersuchten Auswerteschaltungen ist in der Lage, die Auflösungsgrenze der Umformerschaltung zu erreichen. Mit wechsellspannungsbasierten Schaltungen ist dies besser möglich, erreichbare SNR liegen über 40 000. Mit dem genauesten untersuchten Labormessgerät, dem DMP41, liegt der SNR bei ca. 236 397. Fordert man von einem Messsystem unterteilbare Schritte mit nicht-überlappenden $\pm 2\sigma$ Umgebungen, wären im untersuchten Beispiel $236\,397/4 = 59\,099$ Schritte möglich.

10 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Aspekte resistiver elektromechanischer Sensoren untersucht. **Kapitel 3** gibt einen Überblick zum gegenwärtigen Stand resistiver Wandlungsprinzipien, die Dehnung in elektrischen Widerstand wandeln. Ausgehend von den Grundgleichungen der Festkörpermechanik und der Elektroquasistatik und durch Zusammenstellen verschiedener Literaturquellen wird erstmals eine geschlossene Herleitung des Dehnungsübertragungsverhaltens von Dehnungsmesselementen gezeigt. Die Herleitung erfolgt zunächst für geschlossene quaderförmige Schichten und wird anschließend auf mäanderförmige Anordnungen erweitert. Es folgt eine Erweiterung der Gleichungen um Temperatureffekte. Folgend werden Spezifika der verschiedenen Prinzipien – gewalzte Metallfilme, mikrotechnisch erzeugte Dünnschichten, gedruckte Dickschichten, dotierte Halbleiter – vorgestellt und anhand der Literatur typische Eigenschaften herausgearbeitet. Die statischen Kennwerte werden abschließend in Tabelle 3.3 auf S. 44 verglichen.

Der zweite Teil von Kapitel 3, Abschnitt 3.3, widmet sich der Modellierung des dynamischen Verhaltens unter Einfluss der Störgröße Temperatur. Dabei werden einerseits die Eigenerwärmung aufgrund einer Speisespannung betrachtet, andererseits Einflüsse durch die Umgebungstemperatur. Das resultierende Einschwingverhalten der Sensorausgangsspannung wird mit einem thermischen Ersatzschaltbild berechnet. So steht ein schnell berechenbares Modell zur Verfügung, mit dem auch im Betrieb des Sensors eine Korrektur erfolgen kann.

Kapitel 4 beschreibt die Auswertung der zuvor beschriebenen resistiven Sensoren auf zwei verschiedene Weisen: durch Umformung in eine Spannung und durch Umformung in eine Zeit. Die Beschreibung ist jeweils unterteilt in Umformerschaltungen und Digitalisierung der resultierenden Größe (Spannung oder Zeit). Die Umformerschaltungen werden systematisch verglichen und erstmals Formeln für den SNR hergeleitet. Dies schließt eine Betrachtung des resultierenden Rauschens der Schaltungen mit mehreren Messwiderständen ein.

Für spannungsbasierte Auswertung beträgt der erreichbare SNR bei 2 mV/V Nennsignal etwa 10^6 . Der SNR steigt bei Spannungsspeisung linear mit dem Effektivwert der Speisespannung sowie dem Messsignal r , ist aber auch proportional zu $1/\sqrt{R_0}$, $1/\sqrt{B}$ und $1/\sqrt{\theta}$. Aus der Abhängigkeit von U_{ex} und $\sqrt{R_0}$ ist ersichtlich, dass bei konstanter Speiseleistung $P = U^2/R$ der SNR unabhängig von R_0 ist.

Bei zeitbasierter Auswertung ist der erreichbare SNR deutlich niedriger, bei 2 mV/V Nennsignal etwa 40 000. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass der zur Zeitmessung verwendete Komparator eine hohe Bandbreite aufweisen muss, damit er das Unterschreiten der Schwellspannung möglichst verzögerungsfrei erkennt. Der SNR von etwa 40 000 ergibt sich aus einer angenommenen Bandbreite von 10 kHz.

Neben den Umformerschaltungen zu Spannung und Zeit werden in Kapitel 4 die Schaltungen zur Vorverstärkung und Digitalisierung analysiert. Es werden jeweils die idealen funktionalen Zusammenhänge vorgestellt, nicht-ideale Eingangsgrößen eingeführt und daraus nicht-ideale funktionale Zusammenhänge abgeleitet. Sie können Entwicklern von Sensorsystemen als Grundlage eigener Unsicherheitsanalysen dienen. Das Vorgehen bei einer solchen Unsicherheitsanalyse wird in Kapitel 6 methodisch vorgestellt und in Kapitel 7 für verschiedene Beispiele durchgeführt.

Zunächst werden jedoch in **Kapitel 5** Möglichkeiten der Kompensation von nicht-idealen Eingangsgrößen aufgezeigt. Eine Kompensation kann durch das Einfügen von Widerständen in die Umformerschaltung erfolgen und wirkt sich dann auf die Nullpunktabweichung sowie die Temperaturabhängigkeit des Nullpunktes und der Empfindlichkeit aus. Diese Kompensation ist für spannungs- und zeitbasierte Auswertung

anwendbar. Eine zweite, kombinierbare Möglichkeit der Kompensation sind Zusatzmessungen. Mit diesen werden langsam veränderliche Größen erfasst und durch Korrekturen aus dem Messergebnis herausgerechnet. Die Anwendung ist durch die zeitliche Änderung der kompensierten Größen begrenzt: sie kann nur solange erfolgen, wie sich die kompensierten Größen nicht soweit ändern, dass sie einen signifikanten Einfluss auf die Abweichung verursachen.

Erstmals wird in Abschnitt 5.2.2 als Weiterentwicklung einer Erfindung von BRAUN [100] ein Kompensationsverfahren für die zeitbasierte Auswertung gezeigt, das die relative Widerstandsänderung r mit Kompensation der Schalterwiderstände sowie der Verzögerungszeit des Komparators realisiert. Es sind allerdings neun Messungen für einen kompensierten Messwert erforderlich. Drei dieser Messungen können mit sehr geringer Wiederholrate ausgeführt werden, die übrigen sechs sind jedoch für jeden einzelnen Messwert erforderlich.

Der dritte Abschnitt 5.3 betrachtet die ebenfalls kombinierbare Kompensationsmöglichkeit der digitalen Speicherung und Approximation eines Kennfelds des Sensors. Eine Kennfeldapproximation ist nur sinnvoll, wenn bekannte Abweichungen vorliegen oder wenn bekannt ist, dass langsam veränderliche, aber innerhalb der Toleranz unbekannte Größen Teil der Messunsicherheit sind. Diese werden durch die Approximation abgebildet und reduzieren so die Abweichung und/oder die Messunsicherheit. Zwei wesentliche Verfahren der Approximation sind die Interpolation und die Regression. Die Regression bietet den Vorteil einer garantierten Konvergenz gegen das wahre Übertragungsverhalten unter der Voraussetzung, dass die Messunsicherheit der Stützstellen normal verteilt ist.

Kapitel 6 beschreibt die Unsicherheitsanalyse gemäß des "Guide to the expression of uncertainty in measurements" [8] (GUM), genannt "GUM uncertainty framework" (GUF). Sie basiert auf einer Taylorreihenentwicklung des funktionalen Zusammenhangs unter Berücksichtigung der Schwankungen der Eingangsgrößen. Die Vorgehensweise wird für die vorliegende Arbeit um eine zweite Taylorreihenentwicklung erweitert, die die Erwartungswerte der Eingangsgrößen berücksichtigt. Als Kriterium zur Bestimmung der dominanten Eingangsgrößen auf Abweichung und Messunsicherheit wird die Effektgröße eingeführt. Mit den beiden Taylorreihenentwicklungen sowie den Effektgrößen entsteht eine Vorgehensweise, die in der Entwicklung eines Sensorsystems für Simulationen eingesetzt werden kann. Mit diesen Simulationen können die Unsicherheit des Sensorsystems prognostiziert, dominante Unsicherheitsquellen identifiziert und Korrekturen berücksichtigt werden.

Kapitel 7 verdeutlicht die Vorgehensweise anhand ausgewählter Beispiele zur Auswertung resistiver Sensoren. Es werden Unsicherheitsanalysen zur Auswertung eines Einzelwiderstands durch Stromspeisung und Spannungsmessung, der Auswertung einer Wheatstonebrücke mit einem Instrumentationsverstärker, der Nutzung eines integrierten Bausteins mit Instrumentationsverstärker und ADC, der Nutzung eines zeitbasierten integrierten Bausteins sowie der Nutzung von Labormessgeräten vorgestellt. Dominante Ursachen der Messunsicherheit werden jeweils identifiziert und das Verbesserungspotential durch Kompensationsmessungen aufgezeigt. Als Aussage über die Leistungsfähigkeit der jeweiligen Beispiele wird der SNR bei 2 mV/V herangezogen. Dieser variiert von ca. 1000 bei einfachen, preisgünstigen Lösungen ohne Kompensationsmessungen bis zu ca. 236 000 für das genaueste Labormessgerät.

In **Kapitel 8** werden zwei vom Autor entwickelte Auswertemodule vorgestellt, die jeweils eine spannungs- und eine zeitbasierte Auswertung realisieren. Ergänzend wird ein kommerzieller Wheatstonebrücken-Simulator vorgestellt und charakterisiert. Dieser stellt durch das Schalten von Festwiderständen Widerstandsänderungen geringer Unsicherheit zur Verfügung und kann so zur Validierung der Unsicherheit der Auswertemodule genutzt werden. Nach einer Charakterisierung des Wheatstonebrücken-Simulators mittels Labormessgeräten folgt die Validierung der beiden entwickelten Auswertemodule. Für das spannungsbasierte Modul zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Unsicherheitsanalyse und Messung: Alle Messungen, auch an einem zweiten gefertigten Modul, liegen innerhalb des prognostizierten Unsicherheitsintervalls. Beim zeitbasierten Modul zeigt sich, dass die zur Verfügung stehenden Informationen nicht ausreichend sind, um das Verhalten des Bausteins vollständig zu beschreiben. Für einige

Eingangsgrößen werden daher Schätzungen vorgenommen. Mit diesen ist eine zutreffende Modellierung der Messergebnisse möglich, die Änderung eines Konfigurationsparameters zur internen Mittelwertbildung (avrate) kann jedoch nicht mit dem ermittelten funktionalen Zusammenhang abgebildet werden. **Kapitel 9** vertieft diesen Aspekt und fasst die Erkenntnisse aus Kapitel 4 bis 8 im Hinblick auf eine Anwendung bei der Entwicklung von Sensoren zusammen.

Zukünftige Forschungsaspekte

In dieser Arbeit wird gezeigt, wie der GUM gewinnbringend in der Entwicklung von Sensoren eingesetzt werden kann, um die relevanten Quellen von Unsicherheit zu identifizieren. An mehreren Punkten der Unsicherheitsanalyse fällt jedoch auf, dass vorhandenes Wissen über die Zeitabhängigkeit der Eingangsgrößen nicht in der Vorgehensweise berücksichtigt wird. In der vorliegenden Arbeit wird allein auf Basis von Erfahrungswissen unterschieden in langsam veränderliche Größen und Rauschen. Für künftige Arbeiten ist ein Ansatz vorstellbar, der die Zeitkonstanten der einzelnen Größen berücksichtigt. Dazu müsste eine Unterteilung der Größen erfolgen in solche, deren Bandbreite kleiner als die der Messgröße ist und solche, deren Bandbreite höher ist. Erstere tragen zur Messunsicherheit bei, bis sie durch eine Messung mit geringerer Messunsicherheit ermittelt werden. Ab diesem Punkt trägt der ermittelte Erwartungswert zur Abweichung bei, die wiederum durch eine Korrektur negiert werden kann. Für letztere Größen, deren Bandbreite größer ist als die der Messgröße, ist die Ermittlung einer Korrektur nicht möglich (außer die Schwankung ist vernachlässigbar klein). Rauschen ist ein Beispiel der letzteren Kategorie, aber auch induktive oder kapazitive Einkopplungen. Eine Unterteilung in diese beiden Kategorien zeigt schnell das Optimierungspotential durch zusätzliche Kompensationsmaßnahmen. Es bedingt aber auch, dass dieses Wissen für alle Größen vorhanden ist. Steht das Wissen zur Verfügung, beispielsweise in Form von Driftwerten pro Zeiteinheit, kann daraus auch abgeleitet werden, über welchen Zeitraum eine Korrektur nutzbringend anwendbar ist. Wird die Unsicherheit durch die Drift die dominante Quelle der Messunsicherheit, ist die Anwendung der Korrektur nicht mehr zielführend.

Bezüglich der Modellierung der zeitbasierten Auswertung sollte die benötigte Bandbreite des Komparators genauer analysiert werden. Zum Einen ist zu klären, welche Bandbreite für eine genaue Erfassung der Entladekurve benötigt wird. Zum Anderen ist eine Abwägung vorstellbar: Wird die Bandbreite durch Filterung reduziert, reduziert sich auch die Messunsicherheit. Gleichzeitig erhöht sich die Abweichung aufgrund der zusätzlichen Verzögerung. Zu klären ist, ob auf diese Weise Abweichung gegen Messunsicherheit abgewogen werden kann. Die entstehende Abweichung kann nachfolgend durch das in Abschnitt 5.2.2 vorgestellte Verfahren kompensiert werden. Kann hier eine Lösung gefunden werden, die die Auflösungsgrenze des zeitbasierten Verfahrens deutlich erhöht, würde dies ein neues Forschungsfeld eröffnen. Dieses Forschungsfeld bietet wegen der reduzierten Energieaufnahme zeitbasierter Umformer; der einfachen Einflussmöglichkeiten durch Anpassung der Zeitkonstante, Schwellspannung des Komparators und Versorgungsspannung; sowie der Messmöglichkeiten für Zeit mit sehr viel geringeren Unsicherheiten als bei Spannung interessante Möglichkeiten in der elektromechanischen Messtechnik.

A Querempfindlichkeit eines isotropen Sensormaterials

Beim Testen von Materialproben von Sensormaterialien gibt es häufig den Fall, dass ein oder mehrere rechteckige Materialien auf einen Träger (VK) aufgebracht werden und anschließend der Verformungskörper uniaxial auf Dehnung belastet wird. Beispiele sind Drei- oder Vierpunkt-Biegeversuch sowie die Messung an Zugstäben oder Biegebalken.

MORTEN et al. [47] betrachtet die Verhältnisse zwischen physikalischen und gemessenen Größen für diesen Fall. Ausgehend vom totalen Differential des Widerstands eines Leiterstücks mit der Länge l , der Breite w und der Höhe h ,

$$\frac{\partial R}{R} = \frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial l}{l} - \frac{\partial w}{w} - \frac{\partial h}{h} \quad (\text{A.1})$$

geht er phänomenologisch auf den piezoresistiven Anteil $\frac{\partial \rho}{\rho}$ ein. Er beschreibt diesen mit dem Ansatz

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = G_1 \varepsilon_1 + G_2 \varepsilon_2 + G_3 \varepsilon_3. \quad (\text{A.2})$$

Bezeichnen ν_{VK} die Querkontraktionszahl des Verformungskörpers und ν_{DMS} die des Sensormaterials, ergibt sich bei Belastung mit einer Dehnung ε_L in l -Richtung, das heißt $\varepsilon_L = \frac{\partial l}{l} d l / l = \varepsilon_1$,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_L; \quad \varepsilon_2 = -\nu_{VK} \varepsilon_L; \quad \varepsilon_3 = -\nu_{DMS} \varepsilon_L. \quad (\text{A.3})$$

Die von MORTEN et al. angenommene Dehnung ε_3 ist nicht korrekt, wie in Anhang B gezeigt wird. Bei Belastung in w -Richtung ergibt sich laut MORTEN et al.

$$\varepsilon_1 = -\nu_{VK} \varepsilon_L; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_L; \quad \varepsilon_3 = -\nu_{DMS} \varepsilon_L. \quad (\text{A.4})$$

MORTEN et al. setzen diese Ansätze in Gleichung A.1 ein und erhält die k -Faktoren in Längs- und Querrichtung, k_l und k_q ,

$$k_l = G_1 - \nu_{VK} G_2 - \nu_{DMS} G_3 + 1 + \nu_{VK} + \nu_{DMS} \quad (\text{A.5})$$

$$k_q = -\nu_{VK} G_1 + G_2 - \nu_{DMS} G_3 - \nu_{VK} - 1 + \nu_{DMS}. \quad (\text{A.6})$$

Bildet man die Differenz aus beiden Gleichungen ergibt sich

$$k_l - k_q = (1 + \nu)(G_1 - G_2 + 2). \quad (\text{A.7})$$

Für ein isotropes Material gilt $G_1 = G_2 = G_3$ und damit $k_l - k_q = 2(1 + \nu)$.

In dieser Formulierung ist die Aussage allerdings falsch. Zum Einen ist ε_3 nicht korrekt berechnet, wie in Anhang B gezeigt wird. Zum Anderen führt folgendes Gedankenexperiment zu einem Widerspruch: Platziert man ein würfelförmiges, isotropes Stück Sensormaterial auf einem Verformungskörper, nimmt ideale Dehnungsübertragung in das Sensormaterial an, definiert l , w und h und dehnt den Verformungskörper uniaxial in l -Richtung, so misst man k_l . Dreht man nun das Sensormaterial um 90° , so dass w in Dehnungsrichtung zeigt müsste man nach MORTEN et al. einen kleineren k -Faktor k_q messen. Dies widerspricht jedoch der Isotropie des Würfels.

Der entscheidende Punkt liegt darin, dass keine Richtung des elektrischen Strömungsfelds festgelegt wird. Dies wird nur implizit durch die Anwendung von Gleichung A.1 getan. Da sich eine Änderung von l positiv auf den Widerstand auswirkt, muss auch das Strömungsfeld in l -Richtung anliegen. Damit die Formel weiterhin gültig bleibt wenn man die Dehnung in w -Richtung anlegt, muss man das elektrische Strömungsfeld weiterhin in l -Richtung anlegen.

B Kurzzusammenfassung der Festkörpermechanik

Die Informationen in diesem Abschnitt sind aus [4, 35, 42–44, 113] zusammengestellt.

Die Grundgrößen der Festkörpermechanik in jedem Raumpunkt sind die mech. Spannung σ , ein Tensor 2. Stufe in N/m^2 und die Dehnung ε , ein Tensor 2. Stufe in m/m . Diese sind bei Annahme linear-elastischen Materialverhaltens über das Hook'sche Materialgesetz und die Steifigkeitsmatrix C , einem Tensor 4. Stufe, mit der Dehnung verknüpft:

$$\sigma = C\varepsilon. \quad (\text{B.1})$$

Kräfte als Randbedingungen werden einerseits durch äußere Flächenlasten f an den Systemgrenzen dargestellt, ein Vektor in N/m^2 . Andererseits können Kräfte auch auf jeden Raumpunkt im Volumen wirken, beispielsweise Gravitation. Aus den Flächenlasten resultiert aufgrund des Kräftegleichgewichts die mechanische Spannung:

$$f = -\nabla\sigma. \quad (\text{B.2})$$

Aus der Kinematik kann die wichtige abgeleitete Größe der Verschiebung u , ein Vektor in m , bestimmt werden. Bei der Restriktion auf kleine Dehnungen gilt [42, S. 37]

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(u + u^T). \quad (\text{B.3})$$

Der Dehnungs- und der Spannungstensor weisen in 3D jeweils 9 Komponenten auf, von denen symmetriebedingt allerdings nur 6 unabhängig sind. Damit lässt sich die Notation vereinfachen. Am häufigsten verwendet ist die VOIGT'sche Notation [114]. In dieser werden die Indizes der Spannung wie folgt transformiert:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Für die Dehnung ergeben sich entsprechend Gleichung B.3 Vorfaktoren bei den Verzerrungen:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Die Steifigkeitsmatrix C weist $3^4 = 81$ Komponenten (in 3D) auf und kann aufgrund ihrer Symmetrie zu 36 unabhängigen Komponenten reduziert werden. Wieder kann verkürzend die Voigt-Notation genutzt werden, die hier von vier auf zwei Indizes reduziert.

$$\begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1213} & C_{1212} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} = C_{\text{Voigt}} \quad (\text{B.6})$$

Weitere Symmetrievereinfachungen hängen vom Material ab, dessen Eigenschaften beschrieben werden sollen. In der elektromechanischen Sensorik werden hauptsächlich zwei Gruppen von Materialien verwendet: Monokristalline Materialien, z.B. Silizium, werden so hergestellt dass sich ein Kristallisationskern bildet, von dem aus sich das Kristallgitter regelmäßig periodisch ausdehnt. Monokristalline Materialien sind in Ihren Eigenschaften direkt von der Kristallstruktur abhängig und weisen daher ggf. anisotropes Verhalten auf. Polykristalline Materialien mit Metallbindung, also freien Elektronen als Ladungsträger, dagegen entstehen aus mehreren Kristallisationskeimen. Die sich bildenden Kristallgitter stoßen an sogenannten Korngrenzen aneinander, die Periodizität ist hier unterbrochen. Bei polykristallinen Materialien wird aufgrund der Vielzahl der zufällig verteilten Korngrenzen ein isotropes Verhalten angenommen, bei dem die Kristallstruktur keinen Einfluss mehr auf das makroskopische Verhalten hat.

B.1 Isotrope Materialien

Isotrope Materialien verhalten sich mechanisch in alle Raumrichtungen gleich, die Nutzung dieser Symmetrie vereinfacht den Steifigkeitstensor auf zwei unabhängige Konstanten. Je nach Anwendung werden diese Konstanten verschieden gewählt. Üblich sind die Angaben Kompressionsmodul, Elastizitätsmodul (nach YOUNG), Lamé-Konstanten, Schubmodul, Querkontraktionszahl (nach POISSON) und Longitudinalmodul. In der elektromechanischen Sensorik werden am häufigsten Elastizitätsmodul Y und Querkontraktionszahl ν verwendet. In dieser Formulierung ergibt sich der Steifigkeitstensor in Voigt-Notation zu [115]

$$C_{\text{Voigt, isotrop}} = \frac{Y}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

und ihre Inverse, die Elastizitätsmatrix D zu

$$D_{\text{Voigt, isotrop}} = C_{\text{Voigt, isotrop}}^{-1} = \frac{1}{Y} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Für die elektromechanische Sensorik sind drei Sonderfälle der Mechanik relevant: der ebene Spannungszustand, der ebene Spannungszustand auf einem uniaxial gedehnten Körper sowie die allseitige Druckbelastung. Der ebene Spannungszustand tritt auf, wenn die Spannung in eine Raumrichtung vernachlässigbar klein ist [116]. Dies ist insbesondere bei dünnen Platten der Fall, auf die keine Flächenlast in Richtung 3 in Abbildung 3.1 wirkt. Dies ist bei vielen Dehnungsmessstreifen der Fall. Im ebenen Spannungszustand kann eine vereinfachte Betrachtung in 2D, in der 12-Ebene in Abbildung 3.1, erfolgen, das heißt es wird angenommen dass $\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$. Damit ergibt sich aus Gleichung B.7 und dem Hook'schen Gesetz

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{Y} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

Es treten also die vier Dehnungskomponenten ε_1 , ε_2 , ε_3 und ε_6 auf. Im Sensorentwurf achtet man bei der Platzierung von Dehnungsmessstreifen auf einem Verformungskörper darauf, dass dessen Hauptspannungsrichtungen mit den Koordinatenrichtungen 1 und 2 zusammenfallen. Damit werden ε_6 bzw. σ_6 ebenfalls vernachlässigbar. Es ist in der Dehnungsmessstreifen-Technik üblich, die Koordinatenrichtungen dann umzubenennen: Die Koordinatenrichtung, in die der Stromdichtevektor zeigt, wird als Längsrichtung, die orthogonale dazu als Querrichtung bezeichnet, so dass man die Längsdehnung ε_l und die Querdehnung ε_q erhält. Diese Vereinfachung reduziert Gleichung B.9 auf

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_q \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_q \end{bmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

Der zweite Sonderfall tritt auf wenn ein Dehnungsmessstreifen (quaderförmig, Ausdehnung in Richtung der kartesischen Koordinatenachsen) auf einen Verformungskörper aufgebracht und der Verformungskörper uniaxialer Spannung ausgesetzt wird. Dann ist

$$\sigma_{VK} = [\sigma_l \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (\text{B.11})$$

Daraus ergibt sich

$$\varepsilon_{VK} = \frac{1}{Y_{VK}} [\sigma_l \ -\nu_{VK}\sigma_l \ -\nu_{VK}\sigma_l \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (\text{B.12})$$

Ist die Grenzschicht zwischen Dehnungsmessstreifen und Verformungskörper ideal und der Dehnungsmessstreifen sehr dünn gegenüber seiner Breite und Länge, werden die Dehnungen in der Ebene der Grenzschicht ideal übertragen:

$$\varepsilon_{DMS,1} = \varepsilon_{VK,1} = \frac{\sigma_{VK,1}}{Y_{VK}} = \frac{\sigma_l}{Y_{VK}}; \quad (\text{B.13})$$

$$\varepsilon_{DMS,2} = \varepsilon_{VK,2} = \frac{\sigma_{VK,2}}{Y_{VK}} = \frac{-\nu_{VK}\sigma_l}{Y_{VK}}; \quad (\text{B.14})$$

Um $\varepsilon_{DMS,3}$ zu ermitteln, muss separat der ebene Spannungszustand im Dehnungsmessstreifen betrachtet werden. Aus der Elastizitätsmatrix ergibt sich

$$\varepsilon_{VK,1} = \frac{\sigma_l}{Y_{VK}} = \frac{1}{Y_{DMS}} (\sigma_{DMS,1} - \nu_{DMS}\sigma_{DMS,2}); \quad (\text{B.15})$$

$$\varepsilon_{VK,2} = -\frac{\nu_{VK}\sigma_l}{Y_{VK}} = \frac{1}{Y_{DMS}} (-\nu_{DMS}\sigma_{DMS,1} + \sigma_{DMS,2}); \quad (\text{B.16})$$

$$\varepsilon_{DMS,3} = \frac{1}{Y_{DMS}} (\sigma_{DMS,1} + \sigma_{DMS,2}). \quad (\text{B.17})$$

Dieses Gleichungssystem kann nach $\varepsilon_{DMS,3}$, $\sigma_{DMS,1}$ und $\sigma_{DMS,2}$ gelöst werden und ergibt

$$\varepsilon_{DMS,3} = \varepsilon_{VK,1} \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}} = -\frac{\sigma_l}{Y_{VK}} \nu_{DMS} \frac{1 - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}} \quad (\text{B.18})$$

$$\sigma_{DMS,1} = \sigma_{VK,1} \frac{Y_{DMS}}{Y_{VK}} \frac{1 - \nu_{DMS} \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}^2} \quad (\text{B.19})$$

$$\sigma_{DMS,2} = \sigma_{VK,1} \frac{Y_{DMS}}{Y_{VK}} \frac{\nu_{DMS} - \nu_{VK}}{1 - \nu_{DMS}^2} \quad (\text{B.20})$$

Der berechnete Term für $\varepsilon_{DMS,3}$ wird implizit auch von WITT [27, Formel 18] angegeben, jedoch ohne Herleitung. Er erwähnt, dass die Formel auch von MEIKSIN und HUDZINSKI [117] angegeben würde, dort ist sie jedoch nicht aufzufinden.

Der dritte Sonderfall ist die allseitige Druckbelastung. In diesem Fall sind $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$ mit der Vorzeichenkonvention, dass kompressive Drücke und Zugspannungen positiv sind. Aus der Isotropie folgt $\sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = 0$. Daraus folgt

$$\varepsilon = \frac{p}{Y} \begin{bmatrix} 2\nu - 1 \\ 2\nu - 1 \\ 2\nu - 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.21})$$

Die Volumenkontraktion beträgt

$$\frac{dV}{V} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (\text{B.22})$$

und damit im Fall allseitiger Druckbelastung

$$\frac{dV}{V} = \frac{p}{Y}(6\nu - 3). \quad (\text{B.23})$$

B.2 Anisotrope Materialien

Anisotrope Materialien weisen eine Richtungsabhängigkeit der Steifigkeit auf. Für Kristalle wird die Richtungsabhängigkeit mit den Miller-Indizes beschrieben, Abbildung B.1.

Bei anisotropen Materialien kann der Steifigkeitstensor nicht mehr durch zwei unabhängige Parameter beschrieben werden. Stattdessen hängt die Anzahl unabhängiger Parameter von der Kristallstruktur bzw. den vorherrschenden Symmetrien des Festkörpers ab [118, S. 325ff]. Monokristallines Silizium ist beispielsweise ein kubisch-flächenzentrierter Kristall, dessen Steifigkeitstensor mit 3 Parametern s_{11} , s_{12} und s_{44} beschrieben werden kann. In Voigt-Notation lautet das Hook'sche Gesetz für kubisch-flächenzentrierte Kristalle im Koordinatensystem der Kristallachsen [119]:

$$C_{\text{Voigt,Silizium}} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

bzw.

$$D_{\text{Voigt,Silizium}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

Dabei gelten für Silizium die Werte aus Tabelle B.1.

Werden Lasten nicht entlang der Kristallachsen aufgebracht, muss eine Transformation der Kristallachsen in das globale Koordinatensystem erfolgen. Eine Möglichkeit, dies zu tun, ist die Nutzung von Euler-Winkeln. Die drei Euler-Winkel Φ , Ψ und Θ kennzeichnen jeweils die Winkel zwischen originaler und

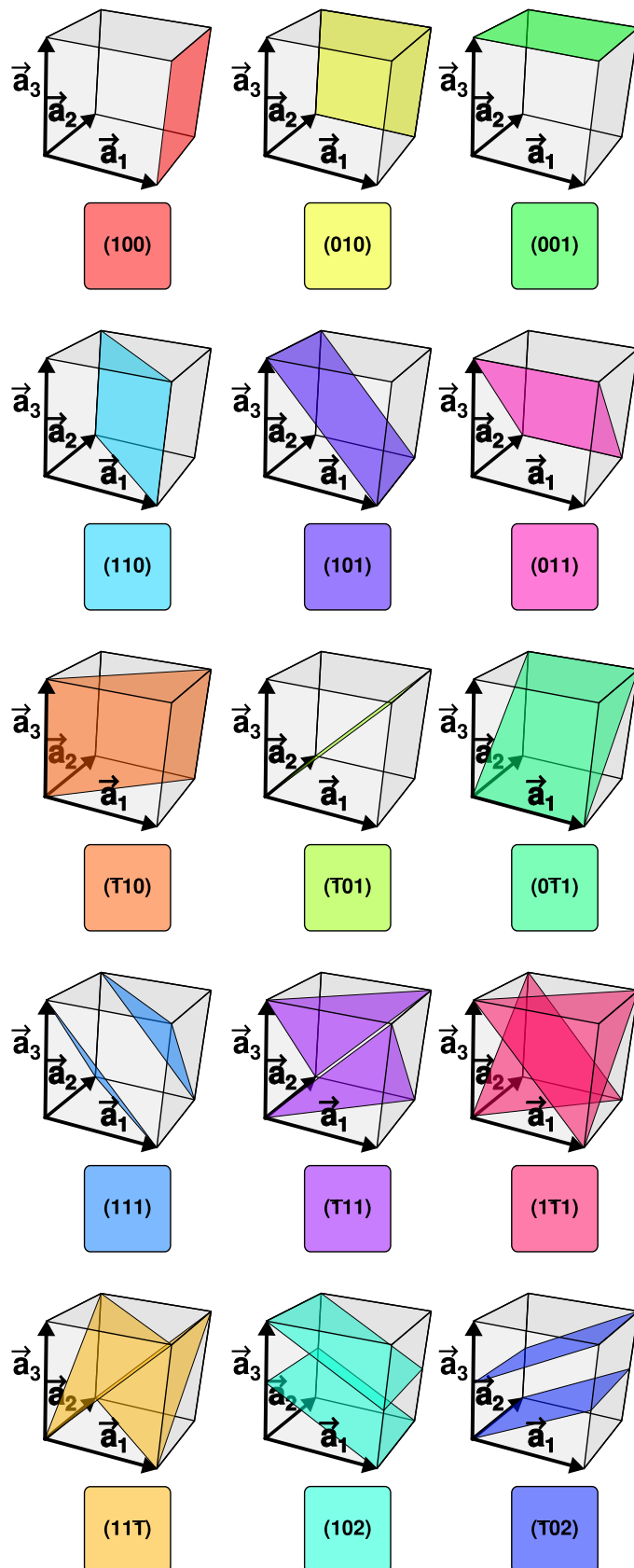


Abb. B.1.: Miller-Indizes zur Kurzbezeichnung von Kristallebenen. Autor: Felix Kling, CC BY 3.0

Tabelle B.1.: Elastische Konstanten für Silizium mit den Hauptachsen <100>, <010> und <001> [119].

s_{11}	s_{12}	s_{44}	c_{11}	c_{12}	c_{44}
7,68 pPa	-2,14 pPa	12,6 pPa	165,6 GPa	63,9 GPa	79,5 GPa

transformierter Achse. Sie können aus den Miller-Indizes der Kristallrichtungen ermittelt werden. Kennzeichnet (hkl) die zu Kristallebene, dann beschreibt der Winkel Ψ die untersuchte Richtung auf dieser Ebene. Er bleibt daher konstant. Die Winkel Φ und Θ ergeben sich zu

$$\Theta = \arccos\left(\frac{l}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}\right) \quad (\text{B.26})$$

$$\Phi = \arcsin\left(\frac{k}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \sin \Theta}\right) \quad (\text{B.27})$$

Um eine Transformation des Koordinatensystems des Kristalls in 3D durchzuführen, berechnet man aus den Euler-Winkeln die Richtungskosinusse $l_1 \dots l_3$, $m_1 \dots m_3$, $n_1 \dots n_3$ mit

$$R = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Phi) \cos(\Theta) \cos(\Psi) - \sin(\Phi) \sin(\Psi) & \sin(\Phi) \cos(\Theta) \cos(\Psi) + \cos(\Phi) \sin(\Psi) & \sin(\Phi) \sin(\Theta) \\ -\cos(\Phi) \cos(\Theta) \sin(\Psi) - \sin(\Phi) \cos(\Psi) & -\sin(\Phi) \cos(\Theta) \sin(\Psi) + \cos(\Phi) \cos(\Psi) & \sin(\Theta) \sin(\Psi) \\ \cos(\Phi) \sin(\Theta) & \sin(\Phi) \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.28})$$

R ist die Transformationsmatrix. Die Transformation eines Vektors bzw. Tensors erster Stufe x führt man mit $x' = Rx$ durch, die eines Tensors zweiter Stufe Y mit $Y' = RYR^{-1}$. Ein Tensor vierter Stufe Z wird mit $Z' = RRZR^T R^T$ transformiert.

Diese Schreibweisen erfordern die volle Notation des Tensors, in Voigt-Notation sind diese Operationen nicht korrekt. BAO [42, S. 260] leitet eine Transformationsmatrix her, die für Tensoren zweiter und vierter Stufe in Voigt-Notation genutzt werden kann. Sie lautet

$$R_{\text{Bao}} = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2m_1n_1 & 2n_1l_1 & 2l_1m_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2m_2n_2 & 2n_2l_2 & 2l_2m_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2m_3n_3 & 2n_3l_3 & 2l_3m_3 \\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & m_2n_3 + m_3n_2 & n_2l_3 + n_3l_2 & m_2l_3 + m_3l_2 \\ l_3l_1 & m_3m_1 & n_3n_1 & m_3n_1 + m_1n_3 & n_3l_1 + n_1l_3 & m_3l_1 + m_1l_3 \\ l_1l_2 & m_1m_2 & n_1n_2 & m_1n_2 + m_2n_1 & n_1l_2 + n_2l_1 & m_1l_2 + m_2l_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.29})$$

Mit dieser Transformationsmatrix wird ein Tensor zweiter Stufe Y_{Voigt} (in Voigt-Notation) transformiert mit $Y'_{\text{Voigt}} = R_{\text{Bao}} Y_{\text{Voigt}}$ und ein Tensor vierter Stufe $Z_{\text{Voigt}} = R_{\text{Bao}} Y_{\text{Voigt}} R_{\text{Bao}}^{-1}$. Damit kann Gleichung B.24 mit den Werten aus Tabelle B.1 verwendet werden, um den Steifigkeitstensor für beliebige Lasten zu ermitteln.

C Herleitung des Rauschens von Spannungsteiler und Wheatstonebrücke

Ein Einzelwiderstand weist durch thermisches Rauschen die Rauschspannung

$$U_{R,\text{noise}} = \sqrt{4k_B \vartheta R_0}. \quad (\text{C.1})$$

auf. Es stellt sich die Frage, ob sich bei Halbbrücken/Spannungsteilern und Wheatstonebrücken die gleiche oder ein Vielfaches dieser Rauschspannung einstellt.

In einer Halbbrücke nach Abbildung 2.8(b) wird das Rauschen durch zwei Rauschspannungsquellen U_{noise} jeweils in Reihe zu den beiden Widerständen modelliert. Dann gelten die Gleichungen

$$U_{\text{ex}} = U_{\text{noise1}} + R_1 I + R_2 I + U_{\text{noise2}}; \quad (\text{C.2})$$

$$U_{\text{out}} = U_{\text{noise2}} + R_2 I. \quad (\text{C.3})$$

Aus diesen ergibt sich die Lösung

$$U_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{\text{ex}} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{\text{noise2}} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{\text{noise1}}. \quad (\text{C.4})$$

Ist $R_1 = R_2$ muss beachtet werden, dass die Rauschspannungsquellen zwar gleiche Varianz ($\sqrt{4k_B \vartheta R_0 B}$) und Mittelwert (0) aufweisen, jedoch nicht ohne Weiteres voneinander subtrahiert werden dürfen. Stattdessen müssen die Rechenregeln für Varianzen beachtet werden. Für diesen Fall ergibt sich als Vorfaktor der Rauschspannungsquellen jeweils 1/2. Da Varianzen geometrisch addiert werden ist das minus unerheblich und es ergibt sich dass die Halbbrücke mit einer um Faktor $1/\sqrt{2}$ reduzierten Varianz gegenüber einem Einzelwiderstand desselben R_0 rauscht. Dieses zunächst unphysikalisch wirkende Ergebnis wird verständlich, wenn man betrachtet, dass gleichzeitig das Signal um den Faktor 0,5 geschwächt wird. Insgesamt wird das Signal-Rausch-Verhältnis also schlechter.

Eine Wheatstonebrücke besteht aus zwei Halbbrücken, daher ergeben sich zwei Ströme I_L und I_R für den linken und rechten Zweig. Die beschreibenden Gleichungen lauten

$$U_{\text{ex}} = (R_1 + R_3)I_L + U_{\text{noise1}} + U_{\text{noise3}}; \quad (\text{C.5})$$

$$U_{\text{ex}} = (R_2 + R_4)I_R + U_{\text{noise2}} + U_{\text{noise4}}; \quad (\text{C.6})$$

$$U_{\text{out}} = U_{\text{noise3}} + R_3 I_L - (U_{\text{noise4}} + R_4 I_R). \quad (\text{C.7})$$

mit der Lösung

$$U_{\text{out}} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{ex}} - \frac{R_3 R_4 + R_2 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise1}} + \frac{R_1 R_4 + R_3 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise2}} \\ + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise3}} - \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} U_{\text{noise4}}. \quad (\text{C.8})$$

Ist $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$, ergibt sich durch geometrische Addition der Varianzen, dass das Rauschen des Ausgangs einer Wheatstonebrücke dem eines Einzelwiderstands mit gleichem Grundwiderstand R_0 entspricht.

D Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung
C	mechanischer Steifigkeitstensor; elektrische Kapazität; thermische Kapazität
D	mechanischer Elastizitätstensor
E	elektrisches Feld
F	mechanische Kraft
I	elektrischer Strom
J	elektrische Stromdichte
k	sogenannter k -Faktor, linearer Faktor zwischen Dehnung und relativer Widerstandsänderung
k_l	k -Faktor in Längsrichtung
k_q	k -Faktor in Querrichtung
l	mechanische Länge
M	normalisierter Tensor der Kopplungskoeffizienten des elastoresistiven Effekts, dimensionslos
M'	Tensor der Kopplungskoeffizienten des elastoresistiven Effekts in $\Omega \text{ m}$
P	Druck
M	Drehmoment
n	Dichte freier Elektronen; Anzahl an Experimentdurchführungen pro Stufe
N	Bitzahl eines Wandlers; Anzahl der Stufen eines Experiments
q	Querempfindlichkeit eines Dehnungsmessstreifens
r	elektrische relative Widerstandsänderung
R	elektrischer Widerstand
R_0	elektrischer Grundwiderstand einer Anordnung, bspw. eines Messgitters
t	Zeit
$u(x)$	Standardunsicherheit der Größe x
x	probabilistische Eingangsgröße einer Messunsicherheitsanalyse
X	digitaler Wert; Vektor mehrerer probabilistischer Eingangsgrößen einer Messunsicherheitsanalyse
y	probabilistische Ausgangsgröße einer Messunsicherheitsanalyse
Y	mechanisches Elastizitätsmodul nach YOUNG; Vektor mehrerer probabilistischer Ausgangsgrößen einer Messunsicherheitsanalyse
α_R	linearer Temperaturkoeffizient des Grundwiderstands einer Anordnung
α_k	linearer Temperaturkoeffizient des k -Faktors einer Anordnung
α_0	linearer Temperaturkoeffizient des Nullpunkts eines Sensors, auch TK0 oder TC0
α_B	linearer Temperaturkoeffizient der Empfindlichkeit eines Sensors, auch TKc, TKB oder TKSens
β_V	linearer Faktor zwischen Volumenänderung und relativer Widerstandsänderung einer Materialprobe
β_ρ	linearer Faktor zwischen Volumenänderung und relativer Änderung des spezifischen Widerstands einer Materialprobe
ε	mechanische Dehnung
ϑ	Temperatur

Symbol	Bedeutung
$\Delta\vartheta$	Temperaturänderung zu einer Referenztemperatur
ν	mechanische Querkontraktionszahl
ν_0	Referenzquerkontraktionszahl $\nu = 0,285$
π	piezoresistive Koeffizienten, Komponenten des Tensors Π oder Π'
Π	normalisierter Tensor der Kopplungskoeffizienten des piezoresistiven Effekts in $1/\text{Pa}$
Π'	Tensor der Kopplungskoeffizienten des piezoresistiven Effekts in $\Omega\text{m}/\text{Pa}$
ρ	spezifischer elektrischer Widerstand
σ	mechanische Spannung; Standardabweichung
Φ	elektrisches Potential

Akronyme

ADC Analog-to-Digital-Converter
AFE Analog Frontend
CMRR Common Mode Rejection Ratio
CMR Common Mode Rejection
DAC Digital-Analog-Converter
GUF "GUM uncertainty framework"
GUM "Guide to the expression of uncertainty in measurements" [8]
LSB Least Significant Bit
MCM Monte-Carlo-Simulation
PCB Printed Circuit Board
pdf Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
PTB Physikalisch Technische Bundesanstalt
RMS Root Mean Square
TDC Time-to-Digital-Converter
SNR Signal-Rausch-Abstand
SPI Serial Peripheral Interface

Literaturverzeichnis

- [1] INTECHNO CONSULTING. *Sensors Markets 2016*. 2012. URL: <http://www.intechnoconsulting.com/ic/press/details/e-press-se2016-us.pdf>.
- [2] WERTHSCHÜTZKY, R; GROSSER, V; HEYDENBLUTH, D; MOOS, R; REIN, D; SAUERER, J; SIMMONS, T; SINN, W und WILDE, J. *Sensor-Trends 2014*. Technischer Bericht. AMA Fachverband für Sensorik, 2014. URL: [http://www.ama-sensorik.de/fileadmin/Publikationen/AMA_Trendbericht_Langfassung\[1\].pdf](http://www.ama-sensorik.de/fileadmin/Publikationen/AMA_Trendbericht_Langfassung[1].pdf).
- [3] SOMMER, Klaus-Dieter und TUTSCH, Rainer. *Messunsicherheit (editorial)*. In: „tm - Technisches Messen“ 84.2 (01/2017). ISSN: 0171-8096. DOI: 10.1515/teme-2016-0078. URL: <http://www.degruyter.com/view/j/teme.2017.84.issue-2/teme-2016-0078/teme-2016-0078.xml>.
- [4] PFEIFER, Günther und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *Drucksensoren*. Berlin: Verlag Technik, 1989. ISBN: 3-341-00660-5.
- [5] KUHN, Sven. *Meßunsicherheit elektromechanischer Wirkprinzipien zur Druckmessung und Optimierung von Verfahren zur Fehlerkorrektur*. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 2000.
- [6] ZAHOUT, C. und WERTHSCHÜTZKY, R. *Angepasste Signalverarbeitung für piezoresistive Drucksensoren*. In: „Technisches Messen“ 70.5 (2003), Seiten 258–264. ISSN: 01718096. DOI: 10.1524/teme.70.5.258.20043.
- [7] RAUSCH, JFK. *Entwicklung und Anwendung miniaturisierter piezoresistiver Dehnungsmesselemente*. Dissertation. TU Darmstadt, 2012. URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/3003/>.
- [8] JOINT COMMITTEE FOR GUIDES IN METROLOGY (JCGM). *Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement*. 2008. DOI: 10.1373/clinchem.2003.030528. URL: <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>.
- [9] THOMSON, William. *On the Electro-Dynamic Qualities of Metals: Effects of Magnetization on the Electric Conductivity of Nickel and of Iron*. In: „Proceedings of the Royal Society of London“ 8 (01/1856), Seiten 546–550. ISSN: 0370-1662. DOI: 10.1098/rspl.1856.0144. URL: <http://rspl.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rspl.1856.0144>.
- [10] BRIDGMAN, Percy W. *Collected experimental papers*. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press, 1964. URL: http://scans.hebis.de/HEBCGI/show.pl?07447001_toc.pdf.
- [11] COOKSON, John W. *Theory of the Piezo-Resistive Effect*. In: „Physical Review“ 47.2 (01/1935), Seiten 194–195. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/PhysRev.47.194.2. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.47.194.2>.
- [12] RUGE, Arthur C. *Strain Gauge*. 1939. URL: <https://www.google.com/patents/US2350972>.
- [13] DE FOREST, A. V. und LEADERMAN, H. *The Development of electrical strain gages*. 1940. URL: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930081520.pdf> <http://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930081520>.
- [14] SIMMONS, E. E. *Material Testing Apparatus*. 1940. URL: <https://patentimages.storage.googleapis.com/pdfs/38aa213e706749f8ff6e/US2292549.pdf>.
- [15] KERN, Robert E. und WILLIAMS, Sidney B. *Stress Measurement by Electrical Means*. In: „Transactions of the American Institute of Electrical Engineers“ 65.3 (03/1946), Seiten 100–107. ISSN: 0096-3860. DOI: 10.1109/T-AIEE.1946.5059310. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5059310>.

- [16] JACKSON, Peter G Scott. *The early days of the Saunders-Roe foil strain gauge*. In: „Strain“ 26.2 (05/1990), Seiten 61–66. ISSN: 00392103. DOI: 10.1111/j.1475-1305.1990.tb00027.x. URL: <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1475-1305.1990.tb00027.x>.
- [17] *Birth of the Foil Strain Gauge | The Essential Blog for Engineers | StrainBlog*. URL: <https://www.strainblog.com/content/birth-foil-strain-gauge> (abgerufen am 04.10.2016).
- [18] BALL, L.M. *Strain Gauge*. 1948.
- [19] SMITH, Charles S. *Piezoresistance effect in germanium and silicon.pdf*. In: „Physical Review“ 94.1 (1954), Seiten 42–49.
- [20] HERRING, Conyers. *Transport Properties of a Many-Valley Semiconductor*. In: „Bell System Technical Journal“ 34.2 (03/1955), Seiten 237–290. ISSN: 00058580. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1955.tb01472.x. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6769638>.
- [21] KANDA, Yozo. *A Graphical Representation Of The Piezoresistance Coefficients In Silicon*. In: „IEEE Transactions on Electron Devices“ 29.1 (1982), Seiten 64–70. ISSN: 15579646. DOI: 10.1109/T-ED.1982.20659.
- [22] RICHTER, Jacob; PEDERSEN, Jesper; BRANDBYGE, Mads; THOMSEN, Erik Vilain und HANSEN, Ole. *Piezoresistance in p-type silicon revisited*. In: „Journal of Applied Physics“ 104.2 (2008), Seite 023715. ISSN: 00218979. DOI: 10.1063/1.2960335. URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/104/2/10.1063/1.2960335>.
- [23] HOLMES, P.J. *Changes in thick-film resistor values due to substrate flexure*. In: „Microelectronics Reliability“ 12 (1973).
- [24] CANALI, C.; MALVASI, D.; MORTEN, B.; PRUDENZIATI, M. und TARONI, A. *Strain Sensitivity in Thick-Film Resistors*. In: „IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology“ 3.3 (09/1980), Seiten 421–423. ISSN: 0148-6411. DOI: 10.1109/TCHMT.1980.1135638. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1135638>.
- [25] CANALI, C.; MALAVASI, D.; MORTEN, B.; PRUDENZIATI, M. und TARONI, A. *Piezoresistive effects in thick-film resistors*. In: „Journal of Applied Physics“ 51.6 (1980), Seite 3282. ISSN: 00218979. DOI: 10.1063/1.328035. URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/51/6/10.1063/1.328035>.
- [26] MAEDER, Thomas; JACQ, Caroline und RYSER, Peter. *Assessment of thick-film resistors for manufacturing piezoresistive sensors*. In: „IMAPS/ACerS 11th CICMT“. Band 2015. CICMT. International Microelectronics Assembly und Packaging Society, 04/2015, Seiten 000213–000223. DOI: 10.4071/CICMT-WP12. URL: <http://imapsource.org/doi/10.4071/CICMT-WP12>.
- [27] WITT, G.R. *The electromechanical properties of thin films and the thin film strain gauge*. In: „Thin Solid Films“ 22.2 (06/1974), Seiten 133–156. ISSN: 00406090. DOI: 10.1016/0040-6090(74)90001-7. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0040609074900017>.
- [28] HERRMANN, J.; MÜLLER, K.-H.; REDA, T.; BAXTER, G. R.; RAGUSE, B.; GROOT, G. J. J. B. de; CHAI, R.; ROBERTS, M. und WIECZOREK, L. *Nanoparticle films as sensitive strain gauges*. In: „Applied Physics Letters“ 91.18 (2007), Seite 183105. ISSN: 00036951. DOI: 10.1063/1.2805026. URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/91/18/10.1063/1.2805026>.
- [29] SCHULTES, Guenter; FREY, Peter; GOETTEL, Dirk und FREITAG-WEBER, Olivia. *Strain sensitivity of nickel-containing amorphous hydrogenated carbon (Ni:a-C:H) thin films prepared by r.f. sputtering using substrate bias conditions*. In: „Diamond and Related Materials“ 15.1 (01/2006), Seiten 80–89. ISSN: 09259635. DOI: 10.1016/j.diamond.2005.07.005. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0925963505002517>.

-
- [30] GERDES, Holger; BANDORF, Ralf; HECKMANN, Ulrike; SCHMIDT, Volker; KRICHELDORF, Hans-Ulrich und BRÄUER, Günter. *Sputter Deposition of Strain Gauges Using ITO/Ag*. In: „Plasma Processes and Polymers“ 6.S1 (06/2009), S813–S816. ISSN: 16128850. DOI: 10.1002/ppap.200932101. URL: <http://doi.wiley.com/10.1002/ppap.200932101>.
- [31] KOPPERT, Ralf. *Nickelhaltige Kohlenwasserstoff-Funktionsschichten (Ni:a:C:H) für Drucksensoren*. dissertation. Universität des Saarlands, 2011.
- [32] VOLLBERG, Dennis; PROBST, Anne-Catherine; LANGOSCH, Matthäus; LANDES, Alexander; GÖTTEL, Dirk; CERINO, Mario; LELLIG, Angela; FREITAG-WEBER, Olivia und SCHULTES, Günter. *Hochempfindliche Folien-Dehnungsmessstreifen auf dem Weg zur technologischen Reife*. In: „tm - Technisches Messen“ 82.10 (01/2015), Seiten 506–516. ISSN: 0171-8096. DOI: 10.1515/teme-2015-0066. URL: <http://www.degruyter.com/view/j/teme.2015.82.issue-10/teme-2015-0066/teme-2015-0066.xml>.
- [33] GEDDES, L.A. *Did Wheatstone build a bridge? (Wheatstone's bridge circuit)*. In: „IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine“ 25.3 (05/2006), Seiten 88–90. DOI: 10.1109/EMEB.2006.1636359. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1636359>.
- [34] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (DIN). *Grundlagen der Messtechnik - Teil 1: Grundbegriffe*. 1995.
- [35] LERCH, Reinhard. *Elektrische Messtechnik*. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642-22608-3. DOI: 10.1007/978-3-642-22609-0. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-22609-0>.
- [36] PUENTE LEÓN, Fernando. *Messtechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015. ISBN: 978-3-662-44820-5. DOI: 10.1007/978-3-662-44821-2. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-44821-2>.
- [37] WÖGER, Wolfgang; WEISE, Klaus und MANNHART, Wolf. *Beiträge zum Problem der Angabe von Meßunsicherheiten (PTB-Seminar)*. Herausgegeben von SCHNEIDER, C.C.J. 1980. URL: <https://hds.hebis.de/ulbda/Record/HEB059607416>.
- [38] BICH, Walter; COX, Maurice G und HARRIS, Peter M. *Evolution of the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. In: „Metrologia“ 43.4 (08/2006), S161–S166. ISSN: 0026-1394. DOI: 10.1088/0026-1394/43/4/S01. URL: <http://stacks.iop.org/0026-1394/43/i=4/a=S01>.
- [39] BICH, Walter. *Revision of the 'Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement'. Why and how*. In: „Metrologia“ 51.4 (08/2014), S155–S158. ISSN: 0026-1394. DOI: 10.1088/0026-1394/51/4/S155. URL: <http://stacks.iop.org/0026-1394/51/i=4/a=S155?key=crossref.7f514d5701d39e2ff8a90bc5529510f5>.
- [40] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (DIN). *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*. 1999. URL: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Leitfaden+zur+Angabe+der+Unsicherheit+beim+Messen#0>.
- [41] JOINT COMMITTEE FOR GUIDES IN METROLOGY (JCGM). *Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the Guide to the expression of uncertainty in measurement*. 2008.
- [42] BAO, Min-Hang. *Analysis and design principles of MEMS devices*. Elsevier, 2005, Seite 312. ISBN: 9780444516169.
- [43] TINDER, Richard F. *Tensor Properties of Solids*. Morgan und Claypool Publishers, 2008.
- [44] COMSOL MULTIPHYSICS. *Comsol Multiphysics 5.2 MEMS Modul – Dokumentation*.
- [45] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE. *Experimentelle Strukturanalyse – Dehnungsmessstreifen mit metallischem Messgitter – Kenngrößen und Prüfbedingungen*. 2015.
- [46] HOFFMANN, K. *Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen*. HBM Eigenverlag, 1987.

- [47] MORTEN, B; PRUDENZIATI, M und TARONI, A. *Strain sensitivity in film and cermet resistors: measured and physical quantities*. In: „Journal of Physics D: Applied Physics“ 12.5 (05/1979), Seiten L51–L53. ISSN: 0022-3727. DOI: 10.1088/0022-3727/12/5/003. URL: <http://stacks.iop.org/0022-3727/12/i=5/a=003?key=crossref.a02c7186f1dbb57a5db25eb064e1fa9a>.
- [48] KEIL, Stefan. *Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmeßstreifen*. Cuneus, 1995. ISBN: 3980418804. URL: http://scans.hebis.de/HEBCGI/show.pl?03388820_toc.pdf.
- [49] STOCKMANN, Martin. *Mikromechanische Analyse der Wirkungsmechanismen elektrischer Dehnungsmessstreifen*. Habilitation. Technische Universität Chemnitz, 2000, Seite 161.
- [50] BERTODO, R. *Development of high-temperature strain gauges*. In: „ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 1847-1982 (vols 1-196)“ 173.1959 (06/1959), Seiten 605–622. ISSN: 0020-3483. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1959_173_052_02. URL: http://pme.sagepub.com/lookup/doi/10.1243/PIME_PROC_1959_173_052_02.
- [51] ARLT, G. *The sensitivity of strain gauges*. In: „Journal of Applied Physics“ 49.7 (1978), Seite 4273. ISSN: 00218979. DOI: 10.1063/1.325344. URL: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/49/7/10.1063/1.325344>.
- [52] VISHAY PRECISION GROUP. *Strain Gage Thermal Output and Gage Factor Variation with Temperature - Tech Note TN-504-01*. Technischer Bericht. 2012.
- [53] THORNTON, John A. *Structure-Zone Models Of Thin Films*. In: „Modeling of Optical Thin Films“. Herausgegeben von JACOBSON, Michael R. 02/1988, Seiten 95–105. DOI: 10.1117/12.941846. URL: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=1249097>.
- [54] BECKERATH, Alexander von. *Druck- und Temperaturmeßtechnik*. WIKA-Handbuch. Klingenberg a. Main: WIKA, 1995. ISBN: 3980407403.
- [55] TRÄNKLER, Hans-Rolf und REINDL, Leonhard M. *Sensortechnik*. Herausgegeben von TRÄNKLER, Hans-Rolf und REINDL, Leonhard M. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014, Seiten 105–142. ISBN: 978-3-642-29941-4. DOI: 10.1007/978-3-642-29942-1. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-29942-1>.
- [56] ZANDMAN, Felix; SIMON, Paul-René und SZWARC, Joseph. *Resistor theory and technology*. Park Ridge, NJ: SciTech, 2001. ISBN: 189112112X.
- [57] KAZI, Imam H; WILD, P.M.; MOORE, T.N. und SAYER, M. *Characterization of sputtered nichrome (Ni-Cr 80/20) films for strain gauge applications*. In: „Thin Solid Films“ 515.4 (12/2006), Seiten 2602–2606. ISSN: 00406090. DOI: 10.1016/j.tsf.2005.10.077. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0040609005020997>.
- [58] *Technologies | LPM*. URL: <http://lpm.epfl.ch/page-31732-en.html>.
- [59] HROVAT, Marko; BELAVIČ, Darko; BENČAN, Andreja; BERNARD, Janez; HOLC, Janez; CILENŠEK, Jena; SMETANA, Walter; HOMOLKA, Heinz; REICHER, Roland; GOLONKA, Leszek; DZIEDZIC, Andrzej und KITA, Jaroslaw. *Thick-film resistors on various substrates as sensing elements for strain-gauge applications*. In: „Sensors and Actuators A: Physical“ 107.3 (2003), Seiten 261–272. ISSN: 09244247. DOI: 10.1016/j.sna.2003.07.003.
- [60] CHEN, T.M.; SU, S.F. und SMITH, D. *1/f Noise in Ru-based thick-film resistors*. In: „Solid-State Electronics“ 25.8 (08/1982), Seiten 821–827. ISSN: 00381101. DOI: 10.1016/0038-1101(82)90213-1. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038110182902131>.
- [61] FAWCETT, Nigel und HILL, Martyn. *A contribution to the debate on the resistance-temperature characteristics of thick-film resistor materials*. In: „Sensors and Actuators A: Physical“ 86.1-2 (10/2000), Seiten 52–57. ISSN: 09244247. DOI: 10.1016/S0924-4247(00)00425-8. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0924424700004258>.

- [62] ZHANG, Zongyang; JIN, Min und LIU, Sheng. *Thick film resistors on stainless steel as sensing elements for strain sensor applications*. In: „Sensors and Actuators A: Physical“ 179 (2012), Seiten 50–55. ISSN: 09244247. DOI: 10.1016/j.sna.2012.03.012.
- [63] *PV Lighthouse: Resistivity Calculator*. URL: <https://www.pvlighthouse.com.au/resistivity> (abgerufen am 23.11.2016).
- [64] KLAASSEN, D.B.M. *A unified mobility model for device simulation—II. Temperature dependence of carrier mobility and lifetime*. In: „Solid-State Electronics“ 35.7 (07/1992), Seiten 961–967. ISSN: 00381101. DOI: 10.1016/0038-1101(92)90326-8. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038110192903268>.
- [65] KULITE. *Strain gage manual*. 2015.
- [66] MICRON INSTRUMENTS. *Micron Halbleiter-DMS Katalog*. 2015.
- [67] GROSS, Chris. *Silicon strain gage having a thin layer of highly conductive silicon*. 1999. URL: <https://patentimages.storage.googleapis.com/pdfs/738d452b4f43a7f7873e/US6635910.pdf>.
- [68] ZSE ELEKTRONIK. *Kennwerte und Gebrauchsanweisung für Halbleiter Dehnungsmessstreifen*.
- [69] HBM. *HBM Dehnmessstreifen Katalog*. 2015. URL: <http://www.hbm.com/fileadmin/mediapool/hbmdoc/technical/s1264.pdf>.
- [70] PRUDENZIATI, M.; MORTEN, B.; CILLONI, F. und RUFFI, G. *Very high strain sensitivity in thick-film resistors: real and false super gauge factors*. In: „Sensors and Actuators“ 19.4 (09/1989), Seiten 401–414. ISSN: 02506874. DOI: 10.1016/0250-6874(89)87089-1. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0250687489870891>.
- [71] MORTEN, B.; MASOERO, A.; PRUDENZIATI, M. und MANFREDINI, T. *Evolution of ruthenate-based thick film cermet resistors*. In: „Journal of Physics D: Applied Physics“ 27.10 (10/1994), Seiten 2227–2235. ISSN: 0022-3727. DOI: 10.1088/0022-3727/27/10/037. URL: <http://stacks.iop.org/0022-3727/27/i=10/a=037?key=crossref.dbcb7df8953206c06c373f9252a49208>.
- [72] ARSHAK, K. I.; ANSARI, F. und COLLINS, D. *Analysis of thick film strain resistors on stainless steel and ceramic substrates*. In: „International Journal of Electronics“ 76.2 (02/1994), Seiten 365–376. ISSN: 0020-7217. DOI: 10.1080/00207219408925933. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207219408925933>.
- [73] WHITE, N M und TURNER, J D. *Thick-film sensors: past, present and future*. In: „Measurement Science and Technology“ 8.1 (01/1997), Seiten 1–20. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/8/1/002. URL: <http://stacks.iop.org/0957-0233/8/i=1/a=002?key=crossref.c25fc29fcdabee3f5882982a269a9ed8>.
- [74] MEISS, Thorsten. *Silizium-Mikro-Kraftsensoren für haptische Katheterisierungen: Entwurf, Musterbau und Signalverarbeitung sowie erste Validierung des Assistenzsystems HapCath*. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 2012. URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/2952/>.
- [75] BARLIAN, a. Alvin; PARK, Woo Tae; MALLON, Joseph R.; RASTEGAR, Ali J. und PRUITT, Beth L. *Review: Semiconductor piezoresistance for microsystems*. In: „Proceedings of the IEEE“ 97.3 (2009), Seiten 513–552. ISSN: 00189219. DOI: 10.1109/JPROC.2009.2013612.
- [76] UHLIG, Steffen; SCHMID-ENGEL, Hanna; SPEICHER, Tobias und SCHULTES, Günter. *Pressure sensitivity of piezoresistive nickel-carbon Ni:a-C:H thin films*. In: „Sensors and Actuators A: Physical“ 193 (04/2013), Seiten 129–135. ISSN: 09244247. DOI: 10.1016/j.sna.2012.12.027. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2012.12.027%20http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0924424712007649>.

- [77] KOPPERT, Ralf; GOETTEL, Dirk; FREITAG-WEBER, Olivia und SCHULTES, Guenter. *Nickel containing diamond like carbon thin films*. In: „Solid State Sciences“ 11.10 (10/2009), Seiten 1797–1800. DOI: 10.1016/j.solidstatesciences.2009.04.022. URL: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1293255809001460>.
- [78] SCHWALB, Christian H.; GRIMM, Christina; BARANOWSKI, Markus; SACHSER, Roland; PORRATI, Fabrizio; REITH, Heiko; DAS, Pintu; MÜLLER, Jens; VÖLKLEIN, Friedemann; KAYA, Alexander und HUTH, Michael. *A Tunable Strain Sensor Using Nanogranular Metals*. In: „Sensors“ 10.11 (11/2010), Seiten 9847–9856. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s101109847. URL: <http://www.mdpi.com/1424-8220/10/11/9847/>.
- [79] KAMINSKII, V. V.; GOLUBKOU, A.V.; MIKHAILOVICH, V.N. und MIKHAILOVICH, S.S. *Resistant Strain Gauge*. 2015.
- [80] LÉGALE, Organisation internationale de métrologie. *OIML R60: Metrological regulation for load cells*. 2000. URL: https://www.oiml.org/en/files/pdf_r/r060-e00.pdf.
- [81] BROKMANN, Geert; ÜBENSEE, Hartmut und GERLACH, Gerald. *Thermisches Verhalten von piezoresistiven Drucksensoren*. In: „Sensoren und Messsysteme“. 2012. DOI: 10.5162/sensoren2012/1.1.2.
- [84] PRAMANIK, C; BANERJEE, S; MUKHERJEE, D und SAHA, H. *Development of SPICE Compatible Thermal Model of Silicon MEMS Piezoresistive Pressure Sensor for CMOS-MEMS Integration*. In: „2006 5th IEEE Conference on Sensors“. IEEE, 10/2006, Seiten 761–764. ISBN: 1-4244-0375-8. DOI: 10.1109/ICSENS.2007.355580. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4178732>.
- [85] GLASSBRENNER, C.J. J und SLACK, Glen A. *Thermal Conductivity of Silicon and Germanium from 3 °K to the Melting Point*. In: „Physical Review“ 134.4A (1964), A1058–A1069. DOI: 10.1103/PhysRev.134.A1058.
- [86] HU, X. Jack; JAIN, Ankur und GOODSON, Kenneth E. *Investigation of the natural convection boundary condition in microfabricated structures*. In: „International Journal of Thermal Sciences“ 47.7 (2008), Seiten 820–824. ISSN: 1290-0729. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2007.07.011.
- [87] HERING, Ekbert; MARTIN, Rolf und STÖHRER, Martin. *Physik für Ingenieure*. 7. Auflage. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999. ISBN: 978-3-662-09317-7. DOI: 10.1007/978-3-662-09316-0. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-09316-0>.
- [88] SCHOTT AG. *Borofloat Datasheet*. URL: <http://www.schott.com/borofloat/german/>.
- [89] MOHR, Peter J.; NEWELL, David B. und TAYLOR, Barry N. *CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014*. In: „Journal of Physical and Chemical Reference Data“ 28.6 (2015), Seiten 1–7. DOI: 10.1103/RevModPhys.88.035009. URL: physics.nist.gov/constants%20http://arxiv.org/abs/1507.07956%20http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.88.035009.
- [91] KITCHIN, C und COUNTS, L : *A Designer's Guide to Instrumentation Amplifiers 3rd Edition*. Analog Devices Inc, 2006. URL: <http://www.analog.com/en/education/education-library/dh-designers-guide-to-instrumentation-amps.html>.
- [92] ANALOG DEVICES. *Application Note: AN-539 Errors and Error Budget Analysis in Instrumentation Amplifier Applications*. URL: <http://www.ti.com/lit/an/slva079/slva079.pdf>.
- [93] HOROWITZ, Paul und HILL, Winfield. *The Art of Electronics*. 3. Auflage. Cambridge University Press, 2015. ISBN: 9780521370950.
- [94] TIETZE, Ulrich und SCHENK, Christoph. *Electronic Circuits*. 2008. ISBN: 978-3-540-00429-5. DOI: 10.1007/978-3-540-78655-9.
- [95] LEE, Mitchell. *Understanding and Applying Voltage References*. 1999.

- [96] LAUMEISTER, Bill und FRY, David. *Understanding Voltage-Reference Topologies and Specifications*. 2013. URL: <https://pdfserv.maximintegrated.com/en/an/AN719.pdf>.
- [97] ANALOG DEVICES. *Tutorial Voltage References*. 2008. URL: <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/tutorials/MT-087.pdf>.
- [98] BENTHAM INSTRUMENTS LTD. *Lock-in amplifier*.
- [99] SIGNAL RECOVERY (AMETEK). „What Is a Lock-in Amplifier ?“ 2011.
- [100] BRAUN, Augustin. *Verfahren und Schaltanordnung zur Widerstandsmessung*. 2003. URL: <https://www.google.com/patents/DE10119080B4?cl=de>.
- [101] CUSTODIO, A.; BRAGOS, R. und PALLAS-ARENY, R. *A novel sensor-bridge-to-microcontroller interface*. In: „IMTC 2001. Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Rediscovering Measurement in the Age of Informatics (Cat. No.01CH 37188)“. Band 2. IEEE, 2001, Seiten 892–895. ISBN: 0-7803-6646-8. DOI: 10.1109/IMTC.2001.928206. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=928206>.
- [102] BRAUN, Augustin. *Widerstandsmessung*. 2003. URL: <https://www.google.com/patents/EP1251357B1>.
- [103] HENZLER, Stephan. *Time-to-Digital Converters*. Band 29. Springer Series in Advanced Microelectronics. Dordrecht: Springer Netherlands, 2010. ISBN: 978-90-481-8627-3. DOI: 10.1007/978-90-481-8628-0. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-90-481-8628-0>.
- [104] BAUCH, A; FISCHER, B; HEINDORFF, T; HETZEL, P; PETIT, G; SCHRODER, R und WOLF, P *Comparisons of the PTB primary clocks with TAI in 1999*. In: „Metrologia“ 37.6 (2000), Seiten 683–692. ISSN: 0026-1394. DOI: 10.1088/0026-1394/37/6/6.
- [106] HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK GMBH. *Der Weg zum Messgrößenaufnehmer*. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 2008.
- [107] ISERMANN, Rolf. *Identifikation dynamischer Systeme 1*. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1992. ISBN: 978-3-642-84680-9. DOI: 10.1007/978-3-642-84679-3. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-84679-3>.
- [108] PESCH, Bernd. *Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM*. Norderstedt Books on Demand, 2003.
- [109] ROYSTON, Patrick. *A Toolkit for Testing for Non-Normality in Complete and Censored Samples*. In: „The Statistician“ 42.1 (1993), Seite 37. ISSN: 00390526. DOI: 10.2307/2348109. URL: <http://www.jstor.org/stable/10.2307/2348109?origin=crossref>.
- [110] BRAUN, Augustin. *Elektronische Schaltung zum Messen eines kurzen Zeitintervalls*. 1991.
- [111] BRAUN, Augustin und BAHNMÜLLER, Friedrich. *Verfahren und Vorrichtung zur Temperaturkompensation einer Messbrücke*. 2013.
- [113] MCGINTY, Bob. *Continuum Mechanics*. URL: <http://www.continuummechanics.org/> (abgerufen am 20.01.2017).
- [114] VOIGT, Woldemar. *Lehrbuch der Kristallphysik*. 1910.
- [115] LERCH, Reinhard; SESSLER, Gerhard und WOLF, Dietrich. *Technische Akustik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. ISBN: 978-3-540-23430-2. DOI: 10.1007/978-3-540-49833-9. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-49833-9>.
- [116] STERNEL, D C und MEYNEN, S. *Die Methode der finiten Elemente in der Strukturmechanik Vorlesungsskript*. 2013.
- [117] MEIKSIN, Z H und HUDZINSKI, R A. *A Theoretical Study of the Effect of Elastic Strain on the Electrical Resistance of Thin Metal Films*. In: „Journal of Applied Physics“ 38.11 (10/1967), Seiten 4490–4494. ISSN: 0021-8979. DOI: 10.1063/1.1709155. URL: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1709155>.

-
- [118] ALTENBACH, Holm. *Kontinuumsmechanik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015. ISBN: 978-3-662-47069-5. DOI: 10.1007/978-3-662-47070-1. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-47070-1>.
- [119] HOPCROFT, Matthew a; NIX, William D und KENNY, Thomas W. *What is the Young's Modulus of Silicon?* In: „Journal of Microelectromechanical Systems“ 19.2 (04/2010), Seiten 229–238. ISSN: 1057-7157. DOI: 10.1109/JMEMS.2009.2039697. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5430873/>.

Eigene Veröffentlichungen

- [83] LOTICHIUS, Jan; SINGER, Timo; BROKMAN, Gert; ÜBENSEE, Helmut Hartmut; ORTLEPP, Thomas; KUPNIK, Mario; WERTHSCHÜTZKY, Roland; BROKMANN, Geert; ÜBENSEE, Helmut Hartmut; ORTLEPP, Thomas; KUPNIK, Mario und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *A thermal network model for piezoresistive pressure sensors*. In: „IEEE Sensors“. 8. 11/2015. URL: <http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/76263/>.
- [120] LOTICHIUS, Jan; WAGNER, Stefan; KUPNIK, Mario und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *Measurement uncertainty of time-based and voltage-based wheatstone bridge readout circuits*. In: „2015 IEEE SENSORS“. IEEE, 11/2015, Seiten 1–4. ISBN: 978-1-4799-8203-5. DOI: 10.1109/ICSENS.2015.7370386. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7370386>.
- [121] LOTICHIUS, Jan; WAGNER, Stefan und KUPNIK, Mario. *Modellierung der Messunsicherheit von spannungs- und zeitbasierten Auswerteprinzipien für Wheatstonebrücken*. In: „XXIX. Messtechnisches Symposium AHMT“. Band 1. 09/2015, Seiten 1–9. URL: <http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/76271/>.
- [122] LOTICHIUS, Jan; CHRISTMANN, Eike und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *Modelling and Control of a Pressure and Temperature Test Chamber for Pure Mems Pressure Sensors*. In: „Sensor 2015“. Band 2015. Nürnberg, 05/2015, Seiten 478–482. DOI: 10.5162/sensor2015/C8.1. URL: <http://www.ama-science.org/proceedings/details/2031%20http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/76816/>.
- [123] LOTICHIUS, Jan; CHRISTMANN, Eike; ASMUS, Albert; KUPNIK, Mario und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *Eine Temperatur- und Druckgeregelte Prüfkammer hoher Genauigkeit für Mikrobauerteile*. In: „Mikrosystemtechniktagung“. 10/2015. URL: <http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/76268/>.
- [124] TANG, Linbo; ROTH, Felix; ROSSNER, Tim; LOTICHIUS, Jan; HIELSCHER, Jürgen; NICOLOSO, Norbert und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *Investigations of the electrical contacting of new piezoresistive polymer-ceramics*. In: „Sensor 2015“. Band 2015. Nürnberg, 05/2015, Seiten 262–266. DOI: 10.5162/sensor2015/B4.3. URL: <http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/76320/%20http://www.ama-science.org/proceedings/details/1928>.
- [125] HATZFELD, Christian; NEUPERT, Carsten; LOTICHIUS, Jan; WERTHSCHÜTZKY, Roland; KERN, Thorsten Alexander; NEUPERT, Carsten; LOTICHIUS, Jan und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *Network Representation of User's Mechanical Impedance as Design and Evaluation Basis for Task-Specific Haptic Systems*. In: „SENSOR“. 05/2013, Seiten 210–215. DOI: 10.5162/sensor2013/B2.2. URL: <http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/61769/>.
- [126] LOTICHIUS, Jan; STÖHR, Ingmar und WERTHSCHÜTZKY, Roland. *A Concept of an Inductively Powered Wireless Sensor Node for use in Orthodontia*. In: „45. Jahrestagung der DGBMT“. 09/2011. URL: <http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/57114/>.

Betreute studentische Arbeiten

- [82] SINGER, Timo. *Recherche und Validierung eines thermischen Modells dotierter piezoresistiver Widerstände*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [90] OHDE, Kai Peter. *Entwurf und Aufbau einer anpassbaren Elektronikplattform zum Vergleich von Auswerteverfahren resistiver Sensoren*. MSc. Thesis. TU Darmstadt, 2015.
- [105] WAGNER, Stefan. *Analytischer und messtechnischer Vergleich von zeit- und spannungsbasierten Auswerteverfahren für resistive Sensoren*. Master thesis. TU Darmstadt, 2015.
- [112] OHDE, Kai Peter. *Entwicklung und Aufbau einer Elektronik zur drahtlosen Sensorauswertung*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2013.
- [127] ASMUS, Albert. *Entwurf einer MIMO-Regelung für eine Druck- und Temperaturregelte Prüfkammer*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2015.
- [128] CHADDA, R. *Modellierung und Validierung des thermisch-mechanischen Verhaltens von Dehnungsmessstreifen*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2015.
- [129] ECER, Markus; FARIA, Carlos; PFLUG, Karsten und TRAN, Van Hau. *Handlicher 3D-Kraftsensor mit schaltbarer Querempfindlichkeit*. Project seminar. Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [130] BILZ, J. *Elektronik zur Auswertung dreiachsiger Kraftsensoren*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2013.
- [131] CHRISTMANN, E. *Entwicklung und Aufbau einer druck- und temperaturregelten Prüfkammer*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [132] HIEMSTRA, Andreas. *Modellbasierte Korrektur systematischer Fehler an einer Wägezelle*. Diploma thesis. TU Darmstadt, 2013.
- [133] MATTFELDT, P. *Aufbau eines Teststandes zur Aufnahme des Temperaturverhaltens von Dehnungsmessstreifen*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [134] POSHTIRI, Ali Golshan. *Development of Miniaturized Sensor Electronic for the Multi-Axis Force Sensor with Resistive Readout*. MSc thesis. TU Darmstadt, 2015.
- [135] PARK, YeJi. *Aufbau eines Feuchtemessplatzes für Packagingmaterialien*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [136] VANGEROW, C. v. *Entwurf und Aufbau eines Messstandes für induktive Energieübertragungsstrecken*. Bachelor thesis. Technische Universität Darmstadt, 2012.

Wissenschaftlicher Werdegang

Name	Dipl.-Ing. Jan Lotichius
Geburt	24.04.1984 in Kaiserslautern
Nationalität	Deutsch

Berufserfahrung

seit 01/2014	<i>Gruppenleiter Elektromechanische Sensorik, TU Darmstadt</i> Fachgebiet Mess- und Sensortechnik Institut für elektromechanische Konstruktionen <ul style="list-style-type: none">• Antragskoordination• Ansprechpartner für Industrienaufträge• Finanzplanung, Ausgabenkoordination
seit 03/2011	<i>Wissenschaftlicher Mitarbeiter, TU Darmstadt</i> Fachgebiet Mess- und Sensortechnik <ul style="list-style-type: none">• Organisation sowie vollständige Überarbeitung und Modernisierung der Lehrveranstaltung „Praktikum Messtechnik“ mit ca. 200 Studierenden (2011 bis 2015)• Eigenständige Ausarbeitung und Durchführung von Einzelvorlesungen zu Elektronikentwicklung, Leiterplattenlayout und Messunsicherheit• Bearbeitung von Industrienaufträgen abseits des eigenen Forschungsthemas
studienbegleitend, insgesamt ca. 1500 Stunden	<i>Hilfswissenschaftler, TU Darmstadt</i> <ul style="list-style-type: none">• Elektronikentwicklung und -aufbau• Betreuung von Übungsgruppen und Laborpraktika
7/2006 – 6/2007	<i>Werkstudent in der Elektronikentwicklung, Diehl Aerospace</i>
5/2006 – 6/2006	<i>Praktikant in der Netzinstandhaltung, DB Netz AG</i>
1/2006 – 3/2006	<i>Praktikant in der Elektronikentwicklung, Diehl Aerospace</i>

Ausbildung

09/2003 – 03/2011	Diplom-Ingenieur Elektro- und Informationstechnik TU Darmstadt Vertiefung: Mikro- und Feinwerktechnik Notendurchschnitt: 1,9
2003	Abitur Theresianum Mainz